

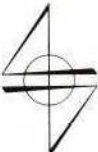
Lucien Gérardin

Les carrés magiques

Mystérieuses harmonies de nombres



Collection « Horizons ésotériques »

Editions  **Dangles**



L'AUTEUR :

Lucien Gérardin, né en 1923 à Nancy, fit ses études de mathématiques à l'Université de Toulouse, à l'époque de la Seconde Guerre mondiale. Il fut alors reçu ingénieur électronicien (on disait alors radioélectricien) de l'École supérieure d'électricité de Paris. Sa carrière professionnelle s'est déroulée dans une grande société française d'électronique où il

a mené avec succès des actions de recherche dans de nombreux domaines : radar, calculateurs, énergie nucléaire, systèmes, informatique théorique et enfin prospective. Il a écrit plusieurs ouvrages techniques ainsi qu'une centaine d'articles techniques dans des revues spécialisées. Il se passionne depuis toujours pour les connaissances traditionnelles. En 1972, il publie : *L'Alchimie, tradition et actualité* qui fut suivi de deux autres ouvrages en collaboration avec son épouse Ghislaine (aujourd'hui décédée) : *La Magie, un savoir en action* (1974) puis : *Le Mystère des nombres* (1975), réédité en 1985 par les Éditions Dangles en une version complétée et mise à jour. En 1975, il découvre la méditation ainsi que certains biofeedback (ondes alpha et biofeedback thermique), ce qui lui fait écrire, en 1978 : *Le Biofeedback au service de la maîtrise et de la connaissance de Soi*.

Lucien Gérardin est membre du comité de lecture de la revue *Atlantis* et membre du comité d'honneur de la revue *Kadalh*. Il s'intéresse beaucoup aux anciennes civilisations de l'Europe, en particulier à tout ce qui concerne le mégalithisme, sans conteste la première des civilisations technologiques ayant précédé la nôtre. Sa recherche s'inscrit essentiellement dans l'impérieuse nécessité d'une vivante synthèse entre, d'une part l'actuelle vision d'une vie intelligente infiniment complexe dans un univers qui s'est agrandi à l'indéfini dans l'espace et le temps et, d'autre part, toutes les sagesse traditionnelles.

ISSN : 0182-063X

ISBN : 2-7033-0297-5

© Éditions Dangles, St-Jean-de-Braye (France) - 1986

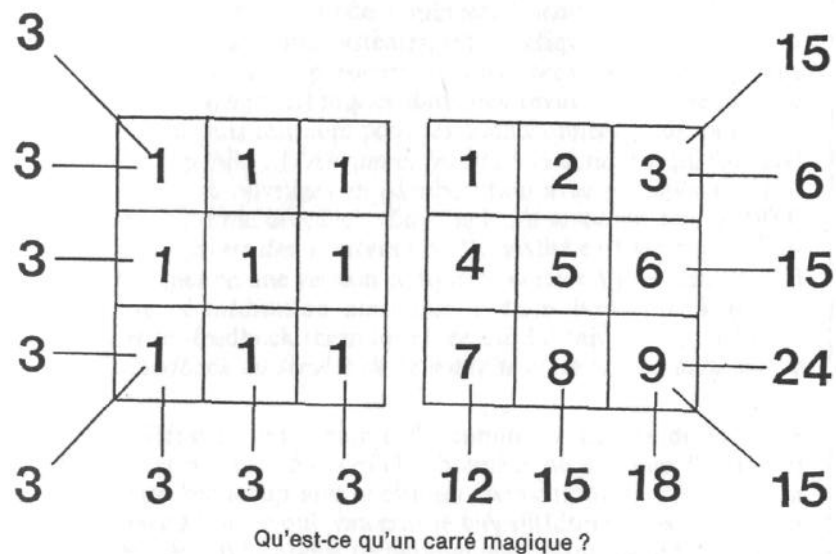
Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

*Pour Marie-Claire
qui aime les jeux
de Chiffres et de Lettres.*

Médaille talismanique portant le carré magique de Trois, dit de Saturne.



Introduction



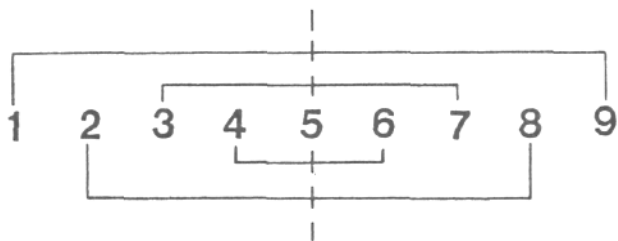
Les carrés magiques furent, pendant des siècles et des millénaires, considérés comme des figures fort mystérieuses dont de rares initiés avaient pu percer les secrets. Il fallait posséder une bien haute science pour oser tracer ces étranges tableaux carrés de nombres, aux propriétés aussi curieuses que multiples. Construire un carré magique est pourtant chose facile, à condition qu'on vous ait donné le bon fil conducteur.

Prenez, si vous le voulez bien, un crayon et une feuille de papier. Tracez un quadrillage carré de neuf cases au total, en trois lignes horizontales superposées, de chacune trois cases. Cela fait, inscrivez le nombre 1 dans chaque case. En additionnant les trois nombres figurant dans les trois cases d'une quelconque ligne du damier carré, vous trouverez bien sûr 3 comme somme. Il en irait de même si les additions étaient faites selon les colonnes verticales du damier, ou encore selon les trois cases en diagonale, du haut gauche vers le bas droit, ou du haut droit vers le bas gauche. Cette constance des valeurs de sommes selon lignes horizontales, colonnes verticales et diagonales des nombres figurant dans les cases du damier carré signifie que cet arrangement de nombres est ce qu'on appelle un « carré magique ».

Compliquons un peu les choses. Au lieu de mettre des 1 dans chacune des cases, remplissons le damier en utilisant les nombres entiers successifs : 1, 2, etc., jusqu'à 9. Le plus immédiat est de ranger ces nombres selon leur ordre naturel : 1, 2 et 3 dans les trois cases de la première ligne ; 4, 5 et 6 dans celles de la seconde ; enfin 7, 8 et 9 en dernière ligne. Les sommes cessent d'être toutes égales entre elles, comme on le voit sur la figure donnée ici. Mais

vous ne manquerez pas de remarquer que la valeur 15 se rencontre 4 fois (Quatre n'est-il pas « l'Universelle Mesure » ?). En outre, 6 plus 24 vaut 2 fois 15, de même pour 12 plus 18. La valeur 15 semble bien jouer un rôle privilégié pour le carré (« dimension » Trois) des neuf premiers nombres rangés en ordre naturel.

Posons-nous alors la question : serait-il possible de ranger les neuf nombres dans un ordre qui serait un apparent désordre et tel que sommes en lignes, colonnes et diagonales redeviennent toutes égales entre elles ? Au fait, égales à quoi ? A 15, sans doute ? En effet, la somme des neuf premiers nombres entiers vaut 45. C'est ce que les pythagoriciens appelaient le « nombre triangulaire » de neuf, ce que certains modernes baptisent « valeur secrète », on ne sait pourquoi d'ailleurs car il n'y a rien de secret dans l'association d'un nombre quelconque et du triangulaire construit sur lui (1).



La construction du carré magique de Trois s'élabore à partir de Cinq, pivot central des neuf premiers nombres.

Pour qu'il y ait égalité des, par exemple, trois sommes selon les trois lignes horizontales du damier, il faut que la valeur commune de somme soit le tiers de 45, soit 15. Pour construire le vrai carré magique de dimension Trois, il semble logique de laisser 5 en position centrale. Comme le rappelle la figure donnée ci-dessus, deux entiers équidistants de 5 ont pour somme 10. La valeur 15 requise comme valeur de la « constante » du carré magique de dimension Trois étant égale à 5 plus 10, il convient de placer dans deux cases symétriques par rapport à la case centrale deux nom-

1. Pour l'explication du qualificatif « triangulaire », et plus généralement pour tout ce qui concerne l'arithmétique pythagoricienne, je me permets de renvoyer à mon ouvrage : *Le Mystère des nombres* (Editions Dangles).

bres symétriques par rapport à ce pivot qu'est 5. Essayez. Au prix de quelques tâtonnements vous aboutirez vite à la disposition donnée ci-dessous. C'est d'ailleurs la seule disposition de nombres qui, pour la dimension Trois de damier carré, permette de satisfaire à l'exigence d'égalité de toutes les sommes selon les lignes, selon les colonnes et enfin selon les diagonales.

1		
5		
9		

1		
5		
2	9	4

6	1	8
	5	
2	9	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Une voie pour la construction du carré magique de dimension Trois, en partant du pivot central Cinq.

Vous le voyez, il n'est pas difficile de construire un carré magique, tout au moins lorsqu'il s'agit du plus simple d'entre eux, celui de dimension Trois (un carré magique de dimension Deux est impossible). On verra un peu plus loin le pourquoi du qualificatif « magique » qu'ignoraient les plus anciens auteurs. Un point à noter : le carré magique de Trois est un peu « bimagique ». Elevons au carré chacun des nombres qui le constituent, en multipliant ce nombre par lui-même. Cela fait, calculons les valeurs de sommes selon lignes et colonnes. Comme le montre la figure ci-dessous, la valeur "95 (soit 6 fois 15 plus 5) émerge quelque peu.

		107	
	36	1	64
83	49	25	9
	4	81	16
		89	89

Le carré magique de dimension Trois est un peu bimagique.

$$89 + 101 = 83 + 107$$

Mais il n'est pas impossible de construire des carrés réellement « bimagiques » (leur dimension est d'au moins Huit), voire « tri-magiques » (de dimension minimale Trente-deux !).

Revenons aux carrés simplement magiques. Peut-on ranger-en carré magique les 16 premiers nombres dans un damier de 4 fois 4 cases, ou encore les 25 premiers nombres dans un damier de 5 fois 5 cases ? Dès le XIV^e siècle, le savant byzantin Moschopoulos remarque dans son court traité qui reste le premier écrit connu sur le sujet : « Si l'on arrive à construire à grand-peine un carré d'une certaine dimension, ce n'est pas une raison pour espérer arriver à construire un carré d'une autre dimension. » Ne désespérons pourtant pas, car Moschopoulos continue presque immédiatement : « // existe une méthode dont l'emploi permet de construire très facilement un carré de telle dimension qu'on voudra. A la vérité, cette méthode n'est pas unique : il y en a une pour construire les carrés de dimension impaire (comme par exemple ceux de 9, 25, 49... cases, c'est-à-dire ceux dont le côté a pour dimension 3, 5, 7...), une pour ceux de dimension pairment paire (divisible par quatre, comme sont les carrés à 16, 64, 144... cases, de dimension 4, 8, 12...) et enfin une dernière méthode pour les carrés de dimension impairement paire (divisible une fois seulement par deux, comme sont les carrés de dimension 6, 10... autrement dit ceux de 36, 100... cases). » Si Moschopoulos tint parole en expliquant dans son traité le comment des deux premières méthodes, il ne dit rien de la troisième. On se l'explique : les impairement pairs sont des coriaces ! Ce n'est que tout récemment qu'on les a totalement maîtrisés. Enfin, presque totalement ! Il reste du pain sur la planche pour ceux que le sujet passionnerait au point de leur donner envie d'y œuvrer, afin d'enrichir encore un domaine déjà si riche.

Tel n'est pas le but du présent ouvrage. Je m'y propose, plus modestement, de mieux faire connaître les multiples secrets de ces êtres attachants que sont les carrés magiques et, plus généralement, les figures géométriques magiques. Il existe aussi des rectangles, des triangles, des pentagones, des hexagones magiques. On peut construire des étoiles magiques. La magie s'étend dans l'espace avec des cubes et des sphères magiques. Chemin faisant,

Handwritten Greek text in the top right corner, likely a transcription of Moschopoulos's original manuscript, discussing the construction of magic squares.

12	13	?	14	15
2	16	17	18	19
11	10	9	8	7
3	14	4	13	12
15	5	16	6	17

18	17	16	15	14	13	12
7	11	10	9	8	7	6
2	5	10	11	12	13	14
17	16	15	14	13	12	11
10	11	12	13	14	15	16
13	14	15	16	17	18	19
16	17	18	19	20	21	22

12	13	14	15	16	17	18	19
2	11	10	9	8	7	6	5
17	16	15	14	13	12	11	10
10	11	12	13	14	15	16	17
13	14	15	16	17	18	19	20
16	17	18	19	20	21	22	23
19	20	21	22	23	24	25	26

4	2	5
7	9	3
1	6	8

1	14	4	13	18
11	16	17	4	15
17	5	15	6	16
13	10	17	14	9
12	11	3	11	7

12	13	14	15	16	17	18
2	11	10	9	8	7	6
17	16	15	14	13	12	11
10	11	12	13	14	15	16
13	14	15	16	17	18	19
16	17	18	19	20	21	22
19	20	21	22	23	24	25

CLICHÉ B.N.
Carrés magiques de dimension impaire, d'après Moschopoulos. (Manuscrit supplément grec, n° 652 de la Bibliothèque nationale, Paris.)

on verra, je l'espère, se dissiper comme brumes au soleil les pseudo-mystères que certains occultistes continuent d'entretenir, sans doute pour masquer leur profonde ignorance du véritable ésotérisme des carrés et figures magiques, au sens fort du mot « ésotérisme », un vocable, hélas, si souvent galvaudé et trahi ! Disons tout de suite que les carrés magiques sont de riches modèles analogiques de l'infinie complexité inhérente à tout ce qui constitue le monde dans lequel nous vivons et dont nous, hommes, sommes partie prenante essentielle, indispensable à la cohérence du Tout.

Au fil des pages, vous apprendrez comment construire, sans aucune connaissance particulière en arithmétique, et sans avoir nécessairement l'aussi fameuse que mythique « bosse des maths ! », ces figures dont l'apparent désordre résulte d'un ordre profond caché, mais simple. Toutes les méthodes de construction concrète de carrés magiques reviennent finalement à savoir bien cheminer de case en case des damiers à remplir. « *Admirables transpositions de progressions régulières* », s'est exclamé en 1544 le savant curé pythagoricien Michel Stifel, dans un ouvrage dédié au célèbre réformateur Philipp Melanchthon. Trouver la Voie, n'est-ce pas le but de toute quête authentique ?

Bien entendu, aucune démonstration mathématique n'alourdira ma plume. J'ai fait mien ce sage propos écrit il y a presque trois siècles par le chanoine Poignard, en préface à son court *Traité des Quarrés Sublimes* (cet auteur ignorait le qualificatif « magique », introduit par le mathématicien ambassadeur Simon de La Loubère quelques années auparavant seulement) : « *On a cru être en droit de supprimer les démonstrations afin de ne point grossir un livre par des choses qui n'apprennent rien aux Savants, et qui sont presque inutiles aux autres.* » Le lecteur désireux de ces démonstrations pourra toujours recourir aux ouvrages signalés en bibliographie, en particulier à deux excellents (et peu coûteux) « paperback » anglais. Il n'existe, on ne sait pourquoi, aucun bon ouvrage en langue française sur la mathématique des carrés magiques, en dehors d'études de haut niveau, peu diffusées en librairie d'ailleurs.

L'immense domaine des carrés magiques est en quelque sorte fécondé par deux grands courants qui tantôt se mêlent, tantôt se séparent. Le mage Cornélius Agrippa reste l'exemple le plus représentatif du premier courant qui insiste sur le mystère de ces curieuses tables de nombres grosses de toutes les puissances de la Magie (un mot qui, aux siècles passés, n'avait pas tout à fait le sens qu'on lui donne aujourd'hui). « *Les Mages, enseigne-t-il au Livre Second de sa Philosophie Occulte publiée en 1533, nous ont transmis les sceaux et les Nombres des Sept Planètes, que l'on appelle aussi Tables Sacrées, car elles possèdent de grandes et nombreuses vertus célestes dans la mesure où elles représentent l'harmonie des nombres célestes... Cette harmonie ne peut s'exprimer que par des chiffres et des caractères (2). Ces représentations matérielles des Nombres et des Signes ne sont rien d'autre dans le mystère des choses cachées que la figuration des Nombres essentiels qui dirigent et forment les choses à partir des Nombres Divins par l'intermédiaire des Intelligences.* »

Presque toutes les grandes collections de médailles possèdent des jetons talismaniques portant des carrés magiques. Sur celui reproduit ici, les nombres du carré de Sept (ou de Vénus) ont été notés à l'aide de lettres hébraïques, pour ajouter sans doute au mystère. La Kabbale n'a pourtant pas grand-chose à voir ici, en dépit de certaines affirmations d'occultistes modernes. Les carrés magiques sont pythagoriciens dans leur origine et dans leur construction. C'est le second courant d'étude, de loin le plus vaste et le plus fécond.

Je n'en veux pour preuve que le savant (et rarissime ! à la Bibliothèque nationale, il faut demander ce livre à la Réserve, là où sont jalousement conservés les livres les plus précieux) traité de Michel Stifel, daté de 1544. Ce contemporain d'Agrippa y enseigne en clair comment construire méthodiquement les carrés magiques par un procédé de « gnomons », en d'autres termes par enceintes emboîtées les unes dans les autres jusqu'à former le carré

2. D'un mot grec qui veut dire « signe ». Les mages désignaient par là des figures géométriques ou des lettres gravées sur les cachets et bijoux talismaniques hellénistiques. Par extension, signes de protection et de puissance tracés sur parchemin ou métal planétaire.



Carré magique traditionnel de dimension Sept, noté en lettres hébraïques, sur une médaille talismanique.

magique dans sa totalité. Un procédé utilisé de toute Antiquité pour construire les nombres pythagoriciens carrés. Michel Stifel construit ainsi un carré de très grande dimension : 16, avec 256 cases ! Son chapitre sur les carrés magiques, qu'il appelle « admirables transpositions de nombres en progressions régulières », vient juste à la suite du chapitre sur les nombres figurés pythagoriciens, triangulaires et carrés en particulier. Des mathématiciens aussi éminents que Pascal, Frénicle, Euler, pour ne citer que ces quelques noms, se sont passionnés pour les difficiles problèmes combinatoires que posent ces curieux arrangements. Ce faisant, ils ont découvert beaucoup de choses.

Les deux courants, celui des mages et celui des mathématiciens, ne sont nullement opposés, mais bien complémentaires. On mutilerait le sens profond des carrés magiques si on n'étudiait ces derniers que d'un seul point de vue. On le mutilerait davantage si Ton réduisait sa curiosité aux sept carrés planétaires traditionnels, en passant ainsi à côté de l'immense richesse du domaine. Ne perdons jamais de vue cette caractéristique fondamentale : ce qui fait que tel tableau de nombres est un carré magique, ce n'est jamais la situation en soi de tel de ses nombres pris isolément. Il faut que tous les nombres soient en harmonie mutuelle pour qu'émergent les constances en lignes, colonnes et diagonales (les vieux auteurs parlent plus volontiers de « diamètres » du carré) qui sont l'apanage exclusif du carré magique. Il suffit qu'un seul élément du carré fasse défaut et toute l'harmonie disparaît !

Lors d'une séance de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse, le 7 avril 1892, Maurice Massip présenta à ses savants collègues ses réflexions sur *L'Ésotérisme des carrés magiques*. Il y faisait la synthèse des deux courants et je reconnais bien volontiers tout ce que je lui dois pour une meilleure compréhension du sens véritable et profond de ces figures de nombres en harmonie.

En 1562, le père jésuite François Spinula avait montré comment construire méthodiquement (et facilement) les sept carrés planétaires de Cornélius Agrippa. Il appelait ces figures des *tables de nombres en carré à la mode pythagoricienne*. Sa méthode consiste à placer les entiers successifs par un cheminement régulier sur les cases d'un damier crénelé déduit selon des règles simples du carré à construire, on verra plus loin comment. Son procédé fut largement vulgarisé au début du XVII^e siècle par Claude Gaspard Bachet de Méziriac, à qui l'on attribue souvent, à tort donc, la paternité de cette technique. On peut s'étonner que le savant jésuite ait semblé ignorer un type de cheminement fournissant des carrés magiques si curieux qu'on les a, au XIX^e siècle, qualifiés de « diaboliques ». Il s'agit du déplacement en « Cavalier d'Échecs », un procédé que connaissait d'ailleurs Moschopoulos.

Le carré de dimension Cinq donné ci-dessous est « diabolique ». Outre la magie selon lignes, colonnes et diagonales principales (les deux diamètres du damier carré), il y a magie selon toutes les diagonales brisées. Vous vérifierez aisément que, par exemple, la somme en diagonale brisée 11 plus 25 plus 9 plus 18 plus 2 (en revenant en haut du carré pour compléter la diagonale)

20	8	21	14	2
11	4	17	10	23
7	25	13	1	19
3	16	9	22	15
24	12	5	18	6

Un carré magique de dimension Cinq. Ce carré a la propriété d'être « diabolique », ou « panmagique ».

vaut 65 (le cinquième du nombre triangulaire de 25, soit 325). Il en va de même pour la somme 7 plus 16 plus 5 plus 14 plus 23, ou encore pour la somme 15 plus 18 plus 21 plus 4 plus 7. Et ainsi de suite.

On va, dans ce carré, du nombre 1 au nombre 2 en se déplaçant sur le damier d'une case vers la droite, puis de deux cases vers le haut ; de même pour aller du nombre 3 vers le nombre 4, ou encore du nombre 7 jusqu'au nombre 8. Il y a, vous le voyez, des problèmes quand, ce faisant, on arrive sur une case déjà occupée (c'est le cas quand on part du nombre 5 pour placer le nombre 6), On verra, le moment venu, ce qu'il convient de faire pour cheminer sans accroc depuis le nombre initial 1 jusqu'au nombre final 25.

Le carré diabolique de dimension Cinq donné ici n'est pas un individu exceptionnel isolé dans sa superbe : on peut construire 3 600 (vous avez bien lu : trois mille six cents) carrés magiques diaboliques de dimension Cinq, tous différents les uns des autres. Il en existe plus précisément 28 800 si l'on décompte à chaque fois les 8 carrés se déduisant les uns des autres par rotation et par symétrie autour des axes principaux du damier support. Vous verrez comment écrire tous ces carrés à l'aide d'un modèle très général donné ci-dessous. Mais non, ce n'est pas un indéchiffrable pentacle de grimoire de sorcellerie ! Il suffit d'y remplacer majuscules et minuscules par des jeux appropriés de nombres entiers, de 1 à 5, et de 5 fois 0 (1 moins 1) à 5 fois 4 (5 moins 1) pour voir naître en clair les milliers de carrés diaboliques de nombres.

A,a	B,b	C,c	D,d	E,e
C,d	D,e	E,a	A,b	B,c
E,b	A,c	B,d	C,e	D,a
B,e	C,a	D,b	E,c	A,d
D,c	E,d	A,e	B,a	C,b

Cette structure abstraite permet de construire 3 600 carrés magiques de dimension Cinq, tous différents et tous « diaboliques ».

Aucun des milliers de milliers de carrés magiques « normaux » de dimension Six ne peut se vanter d'être diabolique. Par « normal », entendez des carrés remplis à l'aide des nombres entiers successifs. Les impairement pairs sont décidément bien à part ! Subtiles différences entre le Pair et l'Impair, bien propres à 'réjouir tout pythagoricien ! Si donc on ne rencontre guère d'individus d'exception au sein des immenses tribus des carrés magiques de telle et telle dimension, on peut par contre, comme on vient de le voir avec le diabolisme, faire connaissance de familles d'individus ayant tous telle ou telle propriété particulière en commun, en plus du caractère général de magie arithmétique. Et on verra qu'il existe effectivement bien des façons de définir de telles familles : bimagic, trimagic, diabolisme, etc.

N'en va-t-il pas de même dans le monde terrestre du vivant ? Et plus généralement dans les choses du Cosmos ? Ce sont les combinaisons organisées d'un petit nombre d'éléments et de molécules simples qui donnent naissance à l'infinie diversité de tout ce qui existe. Mais ces individualités, toutes différentes les unes des autres, se regroupent en familles ayant leurs caractéristiques propres, cela restant vrai aussi bien pour les hommes que pour les étoiles, pour ne se référer qu'à ces deux exemples bien typés. De même, les arrangements organisés d'un petit ensemble de nombres entiers donnent naissance à des milliers de milliers, voire des milliards de milliards de carrés magiques tous différents les uns des autres, mais que l'on peut regrouper en familles de cousins. Rien d'étonnant dans ce rapprochement qui vient confirmer la thèse : les carrés magiques sont d'excellents modèles de la complexité de tout ce qui existe. Je ne crains pas de me répéter, tant la chose est importante pour qui veut méditer l'ésotérisme des carrés magiques. Modèles excellents, car leur simplicité interdit de se réfugier dans l'étude sans fin de détails inutiles, en fuyant ainsi l'attaque courageuse de front du problème que nous pose la vie.

Un ouvrage sur les carrés magiques ne serait pas complet si l'on omettait les carrés de lettres. Il s'agit cette fois de disposer dans les cases d'un damier des lettres (et non plus des nombres) de façon telle que tous les mots lus en lignes et en colonnes aient un sens, dans une langue donnée. Les carrés de lettres sont infiniment

moins nombreux que les carrés de nombres, et il n'existe pas de méthode universelle pour les construire. Le carré de lettres le plus célèbre est sans conteste celui qu'on appelle en abrégé SATOR. En voici un exemple, trouvé dans les ruines de Doura-Europos, une ville forteresse romaine du haut Euphrate.

Ρ Ο Τ Α Σ
Ο Π Ε Ρ Α
Τ Ε Ν Ε Τ
Α Ρ Ε Π Ο
Σ Α Τ Ο Ρ

Un des carrés SATOR trouvés à Doura-Europos (sur l'Euphrate). Antérieur à 260 de notre ère, ce carré est peut-être plus ancien.

La formule est plus ancienne d'au moins deux siècles : des carrés SATOR ont été retrouvés dans les ruines de Pompéi, cette ville engloutie en 79 de notre ère sous les cendres du Vésuve. Et le SATOR remonte peut-être encore plus loin dans le temps. Que cachent ses vingt-cinq lettres ? Les explications proposées sont multiples, comme on le verra. Mais n'est-il pas un peu vain de rechercher à tout prix la « bonne » explication, la seule qui serait « vraie ». Un symbole authentique permet de multiples explications. Aucune ne peut prétendre à « la » Vérité (avec un V très majuscule !). Simplement, telle d'entre elles se révèle en meilleur accord avec l'état d'esprit de tel chercheur. Au fil de sa quête, il sera naturel que ce chercheur découvre d'autres choses et toujours d'autres choses, d'autant plus que le symbole est un authentique symbole et non une simple allégorie.

Terminons une introduction qui risque de devenir trop longue. Comme ultime propos, je citerai de nouveau le chanoine Poinard ; sa remarque est, ô combien ! toujours actuelle dès qu'on s'efforce de faire œuvre d'ésotérisme et non d'occultisme : « *Ceux qui voudront profiter de la lecture de ce petit traité doivent avoir la plume à la main, et faire les opérations au fur et à mesure qu'ils liront l'explication.* » C'est l'évidence même !

CHAPITRE I

Deux mille ans d'histoire

1. Un graveur pythagoricien

C'est en 1514 qu'un carré magique fut, pour la première fois, semble-t-il, offert au public européen. De dimension Quatre, ce carré orne une célèbre gravure d'Albrecht Durer : *Melencolia*, reproduite page 23. Avant d'étudier le comment et le pourquoi de ce carré, il faut donner quelques détails sur l'auteur de l'œuvre.

Personnalité marquante de la Renaissance allemande, Albrecht Durer (1471-1538) alla par deux fois en Italie s'initier à une Tradition redécouverte en Occident avec l'arrivée dans la péninsule des savants byzantins. Ces derniers fuyaient Constantinople, prise en 1453 par les Turcs de Mahomet II. Le voyage en Italie était, en cette fin du XV^e siècle, comme une sorte d'obligation pour qui voulait ouvrir largement son esprit au vent du renouveau. Ayant terminé sa formation d'artiste auprès de Michel Wohlgemuth, puis auprès des frères Schongauer, de Colmar, Durer se rendit donc en Italie en 1494. Il y rencontra en particulier le néoplatonicien Jacopo de Barbari, mais ce dernier ne voulut lui révéler que quelques bribes de son savoir. Le jeune Allemand écrit à ce propos : « *Jacobus ne voulait pas m'enseigner clairement ses méthodes de proportions... Il me montra toutefois un homme et une femme tracés selon certaines mesures. A l'époque, il me tenait moins à cœur de visiter des pays inconnus que de pénétrer ses théories.* » On devine au travers de ces phrases quelque peu énig-

matiques le dépit de n'avoir pas été initié à l'art des tracés harmoniques, basés en particulier sur l'emploi de cette proportion idéale qu'est celle définie par le Nombre d'Or.

Revenu dans sa patrie, l'artiste s'y maria avec Agnès Frey, union malheureuse s'il en fut. Il décida de retourner en Italie. Il était cette fois, à 34 ans, dans la plénitude de son talent. Sa correspondance montre toujours la méfiance des Italiens qu'il essayait de rencontrer. C'est alors qu'il fit une rencontre décisive : Jacopo de Barbari l'envoya en effet suivre les leçons du moine franciscain Fra Luca Pacioli di Borgo qui enseignait à l'Université de Pisé. On peut penser que Fra Luca révéla à Durer la Divine Proportion de Platon et de Pythagore. N'avait-il pas offert quelques années plus tôt, en 1498, le manuscrit de son ouvrage sur ce sujet au duc de Milan Ludovic le More ? *La Divine Proportion* fut imprimée en 1509 à Venise, avec des gravures sur bois dues, dit-on, au talent de Léonard de Vinci. Ce dernier s'était lié d'amitié avec Fra Luca Pacioli à la cour de Milan alors qu'ils œuvraient tous deux pour le duc. Signalons au passage la très belle édition en traduction française de *la Divine Proportion* en 1981, par les soins de la Librairie du Compagnonnage (Paris).

De Durer graveur, on connaît les quinze planches gravées sur bois de *l'Apocalypse* (1498), et aussi ces splendides cuivres que sont en particulier *le Chevalier et la Mort* et *Melencolia*. Cette dernière œuvre fut, reste et restera sans doute longtemps l'objet de commentaires et d'interrogations. Je ne me propose pas ici de montrer comment le grand ange méditatif s'inscrit dans un pentagone étoile, le « pentagramme » des pythagoriciens, en accord avec les théories enseignées par Fra Luca. Curieusement, l'angelot joufflu est enfermé dans la pointe supérieure de l'étoile. Je n'insisterai pas non plus sur la pierre taillée placée au pied d'une échelle à sept barreaux, la traditionnelle « échelle des sages ». En 1983, Philipp C. Ritterbush, de l'Institute for Cultural Progress à Washington, a remarqué que la pierre taillée dérivait d'un rhomboèdre, solide régulier dont les faces sont des losanges. Ce volume garde sa symétrie quand on le coupe en deux (la scie aux pieds de l'ange ?). Oui, mais Durer a compliqué le problème en sciant d'abord les pointes du rhomboèdre, et il se pourrait bien, si Ton



Un carré magique de dimension Quatre figure dans la gravure de A. Dürer : *Melencolia, Si*. La date de cette gravure, 1514, apparaît sur la dernière ligne de ce carré.

en croit Ritterbush, que l'ange en soit devenu tout mélancolique. Il n'arrive plus à maîtriser le problème, en dépit de son grand compas. Pour y arriver, ne lui faudrait-il pas retrouver d'abord la simplicité de l'enfant qui joue ? Une chose facile à dire, mais si difficile à réaliser !

Et le carré magique de dimension Quatre ? Que vient-il faire là-dedans ? Je pense qu'il faut simplement y voir un message cryptographique. La somme caractéristique d'un tel carré est 34, et c'est justement à 34 ans que Durer aurait été initié aux mystères de la Section Dorée. Les nombres constituant le carré ont été disposés par le graveur de telle sorte que la date de son œuvre : 1514, apparaisse en clair dans les deux cases médianes de la ligne du bas du damier. Ce genre de jeu était monnaie courante à l'époque.

Il est presque certain que c'est Fra Luca qui initia Durer aux mystères des carrés magiques. De 1496 à 1508, le savant moine avait écrit un traité resté manuscrit. Je n'ai pas eu l'occasion de pouvoir consulter ce *Des vertus presque miraculeuses des nombres et des grandeurs continues*, que conserve la Bibliothèque universitaire de Bologne (Codex 250). Voici ce qu'en dit M.T. Sarrade, une artiste peintre curieuse de mathématiques, dans son avant-propos de la réédition par la Librairie du Compagnonnage : « *D'un contenu quelque peu mêlé, cet ouvrage comprend un recueil de jeux mathématiques et de problèmes amusants... C'est la première fois, semble-t-il, que les carrés magiques sont étudiés.* » Et ce sont plus que vraisemblablement des Byzantins qui avaient appris la chose au professeur italien.

2. Daimons et Intelligences à la Renaissance

Deux décennies après l'impression de la gravure *Melencolia*, en 1533, Henry Corneille Agrippa fit imprimer à Cologne son œuvre maîtresse : *De la Philosophie occulte, en trois livres*. A dire vrai, ce texte est pratiquement contemporain de la gravure de Durer puisque Agrippa l'avait terminé vers 1510 ainsi qu'en fait foi une lettre de l'abbé Tritème, à qui les trois livres avaient été adressés pour avis. Né en 1486, Agrippa n'avait alors que 24 ans,

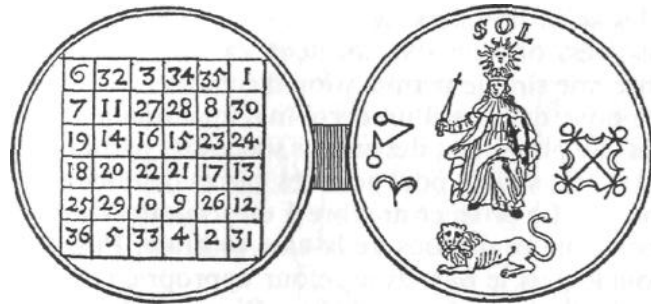
et pourtant ces *Trois Livres* restent toujours le meilleur ouvrage auquel recourir pour apprendre ce qu'est l'authentique science des mages. Étrange figure que cet homme, théologien, juriste, médecin, alchimiste, militaire, humaniste, de surcroît mage et magicien. Sa vie durant (il mourut à Grenoble en 1535, à 49 ans), il parcourut l'Europe à la recherche du savoir. Poursuivi par la haine des moines, il ne dut souvent son salut qu'à la protection des puissants qui appréciaient ses talents multiples.



Henry Corneille Agrippa (1486-1535).
Portrait figurant dans *les Vies des hommes illustres*, de Jean Thévet.

Le livre second de *la Philosophie occulte* est consacré à la « magie céleste ». Le chapitre XXII traite *Des tables des planètes, de leurs vertus et formules, et quels sont les Noms divins, les Intelligences et les Daimons qui les gouvernent*. Plusieurs planches gravées donnent ces tables qui ne sont autres que des carrés magiques ; on trouvera reproduits ici les sept carrés ainsi publiés par Agrippa.

Il est facile de constater, par exemple, que le carré magique donné par Durer et celui publié par Agrippa ne sont pas exactement identiques. Rien d'étonnant quand on se souvient qu'il existe 880 façons différentes d'arranger en carré magique de dimension



Carré magique traditionnel de Six, « caractère » du Soleil et signatures de ses Intelligences, sur une médaille talismanique.

cum, édité en 1582 par Tycho-Brahé, le maître de Kepler, et l'un des fondateurs de l'astronomie moderne, à ce titre donc un des grands-pères de notre culture scientifique et technique. Les deux courants, magique et mathématique, qui organisent le vaste champ des carrés magiques se sont souvent mêlés. Ce calendrier magique fut à son tour repris dans la *Virga Aurea* du frère J.B. Hepburn, d'Ecosse (ouvrage réédité en fac-similé en 1922 par



Carré magique traditionnel de Quatre (en lettres chiffres hébraïques), « caractère » et signatures des Daimons et Intelligences de Jupiter (selon la *Virga Aurea*).

Férudit F. de Mély). Voici le carré de Quatre, tel qu'il figure dans la *Virga Aurea* et voici ce qu'en avait écrit Agrippa : « Gravée sur une lame d'argent représentant Jupiter puissant et dominant, cette table donne les faveurs, les richesses et l'amour, la paix et la concorde avec les hommes. Elle réconcilie les ennemis, elle assure les honneurs, les dignités et les bons conseils. Si elle est gravée sur du corail, elle empêche les maléfices. » Le fait d'utiliser des lettres hébraïques pour noter les nombres du carré ajoutait évidemment à la puissance du talisman.

Et voici encore une autre médaille talismanique que j'ai trouvée dans un ouvrage du père jésuite Athanase Kircher. Agrippa écrit à son sujet : « Gravée sur une lame d'or représentant le Soleil fortuné, cette table rend celui qui la porte sur soi glorieux, aimable, gracieux, puissant en toutes ses œuvres... Mais attention : représentant un Soleil infortuné, cette table fait de celui qui la porte un tyran, un ambitieux, un insatiable dont la fin sera très mauvaise ! » Si donc vous ne savez pas très bien distinguer le Soleil fortuné du Soleil infortuné, le plus sage est de ne pas porter ce talisman à double tranchant !



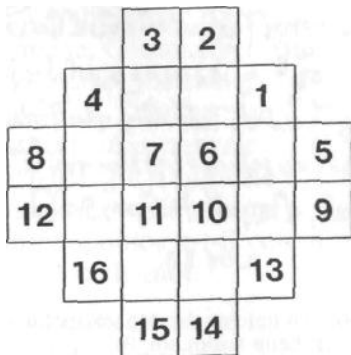
Carré magique de Six sur un talisman astrologique du Soleil (d'après A. Kircher).

3. De Moschopoulos à Rhabdas

« Salut. Voici une instruction pour la découverte de nombres en carré. Tu m'y as forcé, toi, Nicolaos de Smyrne, arithméticien

bres rangés en ordre naturel. Laissant inchangés tous les nombres situés sur les diagonales principales (et sur d'autres diagonales brisées appropriées quand la dimension dépasse Quatre), il opère une sorte de mutation de tous les autres nombres. Sa méthode reste valable dans sa simplicité ; je la décrirai plus loin en détail. Le carré de Quatre ainsi obtenu est identique à celui publié par Agrippa. Vous pouvez vérifier sur la figure donnée plus haut que les nombres des deux diagonales 1, 6, 11 et 16 d'une part, 4, 7, 10 et 13 d'autre part, sont bien restés en place. Notez qu'Agrippa a tracé son damier initial de droite à gauche et non de gauche à droite, ce qui n'a aucune importance pour la magie du résultat. Par contre, les carrés de dimension Huit diffèrent, encore qu'il suffise de quelques transpositions de lignes et de colonnes pour les ramener à l'identique. En dépit de sa promesse au début de son court traité, le Byzantin ne dit rien des impairement pairs, et l'on ignore comment fut construit pour la première fois le carré de dimension Six, et par qui.

On peut décrire en termes de cheminement systématique le placement des nombres d'un carré de dimension paire. La chose a été faite dès 1562 par le père François Spinula. La figure ci-dessous explique comment procéder pour la dimension Quatre. Commencez par agrandir le damier carré initial, le transformant en damier crénelé (un procédé fort général, qu'on retrouvera souvent dans la suite). Cela fait, cheminez de droite à gauche (mais on pourrait le faire de gauche à droite) en plaçant en chemin les entiers successifs 1, 2, 3 et 4 puis 5, 6, 7 et 8 et ainsi jusqu'à 16.



En 1562, le père François Spinula proposa ce type de cheminement pour construire les carrés magiques de dimension pairement paire.

La moitié des cases du damier initial est restée vide. Pour la remplir, il suffit de faire tourner d'un demi-tour l'ensemble des huit cases extérieures, puis de faire rentrer chacun des quatre groupes de deux cases dans les cases vides adjacentes. Ainsi les nombres 3 et 2 en haut viennent en bas dans l'ordre 2, 3 avant de former la ligne basse du carré : 16, 2, 3, 13. De façon similaire, les nombres à gauche 8 et 12 viennent à droite dans l'ordre (haut en bas) 12, 8 afin de former la colonne de droite du carré : 1, 12, 8, 13. On retrouve à l'identique le carré de Corneille Agrippa. La construction du carré de dimension Huit se mène de façon analogue.

4. En route vers la Chine

Le traité de Moschopoulos semble bien être le premier ouvrage à décrire en clair le comment des carrés magiques. Mais ces figures étaient connues bien avant lui, en particulier par les savants arabes. En voici pour preuve la reproduction d'une page du *Schems al maaref* ou *Livre des Noms Divins* de Al Buni le Koraschite (c'est-à-dire originaire du Khorasan, au nord de la Perse). On reconnaît, même sans savoir lire l'arabe, des carrés de dimension 3, 4, 6 et 9. Tout bon musulman peut retrouver dans ces carrés, et d'abord dans celui de dimension Trois, la preuve qu'Allah possède quatre-vingt-dix-neuf noms divins.

Remontons encore de quelques siècles : l'alchimiste arabe Djabir (VIII^e-IX^e siècles ?) aurait écrit un *Livre des Balances* qui est, plus probablement, d'un disciple du XI^e siècle. Ce mot de *balances* indique que l'auteur, quel qu'il fût, étudie l'harmonie bien balancée qui préside au mélange intime des éléments constituant l'une quelconque des choses de ce monde organisé où nous vivons. Venant à discuter de certaines propriétés parfois étranges de telle et telle de ces choses, le pseudo-Djabir donne une longue liste relevant de la talismanique analogique. Il note en particulier pour le carré magique de trois : « Si vous tracez cette figure sur deux linges qui n'ont jamais été touché par l'eau, et que vous la placiez sous les pieds d'une femme dont l'accouchement est diffi-

العظيمه التي في سورة يس الذي تقدم الكلام عليهما في
 اول الكتاب والحوام المباركة الميمونه الذي ذكرناهما في
 اول هذا الكتاب والحوام المباركة الميمونه الذي وطال
 الكلام ثم عدنا ايضا فالاية العظيمه هي قوله تعالى سلام قولا
 من رب رحيم واما الحوالم فالتسبع لجبريل والسدس
 ليكامله والربع لاسرايفله والمثلث لعزرا لمعليهم السلام

٨	١	٤	٤	٦	٣	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	
٤	٢	٩	١	٤	٨	٥	٤	٤	٣	٧	٢	٨	١	٩	
١	٩	٢	٤	٨	٤	٧	٢	٣	٨	٤	١	٤	٩	٥	
٤	٢	٨	٩	٤	١	٤	١	٨	٤	٣	٩	٢	٥	٧	
٩	٨	٤	٢	١	٤	٣	٩	٤	٢	٨	٥	١	٨	٤	
٢	٤	١	٨	٤	٩	٨	٥	٢	١	٤	٨	٩	٤	٣	
خاتم الدال						٤	٨	١	٩	٢	٤	٥	٣	٨	
						٢	٤	٩	٤	١	٣	٨	٨	٤	
						٢	١	٣	٥	٩	٨	٤	٤	٢	
٤	١	٣	٣	١	٤										
٣	٣	١	١	٤	٤										
١	١	٤	٣	٤	٣	١	٤	١							
٣	٤	٤	١	٣	١	٤	١	١							
١	٤	٣	٤	١	٣				٧	١	٨	٨			
٤	٣	١	٤	٣	١	١	١	٤							

Extrait d'un manuscrit de la Bibliothèque nationale (fonds arabe n° 2647, folio 139 verso) du Schems Al Maaef de Al-Buni, cette page contient plusieurs carrés magiques.

elle, la venue au monde de l'enfant se fera à l'instant » (d'après la traduction de O. Houdas, dans *la Chimie au Moyen Age*, de Mar-cellin Berthelot, ce père de la chimie organique). Vers la même époque, le philosophe soufi Ghazzali (1058-1111) discutant, dans *le Préservatif de l'erreur*, des opinions (erronées) de savants, les opposant à la connaissance transcendante des soufis, en vient à ce carré de Trois et à son usage (qu'il fait, semble-t-il, sien) en talismanique. « On trace cette figure sur deux vases de terre où l'on n'a jamais versé d'eau. On les place sous les pieds de la femme en couches. Si elle regarde ces vases avec attention, elle sera aussitôt délivrée. » Ghazzali naquit et mourut à Tous, au Khorasan. Curieux : le vrai Djabir serait, lui aussi, né à Tous, encore que d'autres sources le fassent voir le jour à Harran, une antique cité du haut Euphrate où survécurent longtemps des sabéens. On désigne de ce nom des groupes qui, en plein X^e siècle, maintenaient la très antique tradition babylonienne des cultes planétaires et des génies astraux. Pourquoi s'étonner de cette survivance à travers les millénaires : le sanctuaire par excellence de l'Islam, la très sainte Kaaba de La Mecque, n'avait-il pas été à l'origine un temple de dieux astraux ? Mahomet fit détruire leurs 360 effigies lorsqu'il revint en vainqueur dans cette ville, y imposant le Dieu Unique.

A noter que le Djabir du *Livre des Balances* expose une bien curieuse théorie quantitative des combinaisons chimiques, ou alchimiques, dont, comme on le verra par la suite, la clef réside dans les nombres du carré magique de Trois. L'auteur de l'ouvrage ne revendique absolument pas l'invention de ce carré, qu'il attribue à un certain Belenous. On a montré qu'il fallait voir dans ce personnage le nom déformé d'Apollonios de Thyane, philosophe et thaumaturge néopythagoricien du 1^{er} siècle de notre ère. A moins qu'il ne s'agisse, plus vraisemblablement, d'un autre Apollonius qui, au V^e ou VI^e siècle de notre ère, écrivit un *Livre du Secret de la Création des Êtres*, dans lequel figure un texte alchimique universellement connu de tous les adeptes occidentaux : *La Table d'Émeraude*.

L'utilisation talismanique du carré magique de dimension Trois se maintint au fil des siècles. Voyageant en Egypte au

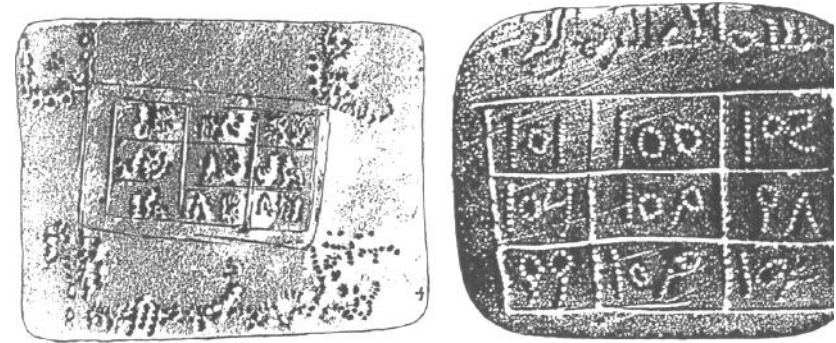
XIX^e siècle, Edward William Lane rencontra au Caire un homme pratiquant la voyance à l'aide de ce qu'on appelle un « miroir magique ». Cet homme traçait dans la paume de la main d'un jeune garçon le carré magique de Trois reproduit ici. Il ajoutait une grosse tache d'encre dans la grande case centrale du carré. Le garçon voyait s'y refléter d'étranges scènes dont le magicien tirait ses présages. Il semble qu'un autre voyageur, le comte de Laborde, ait rencontré l'homme au miroir d'encre et au carré magique de Trois.

3	9	7
2	16	1
1	1	7

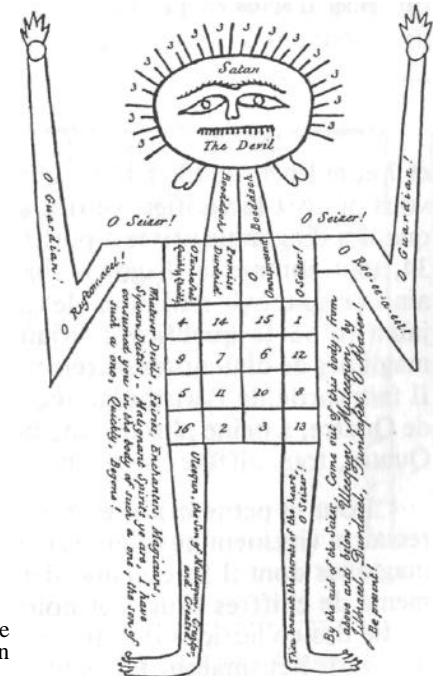
Carré magique de Trois utilisé par un magicien égyptien du XIX^e siècle pour la divination dans la tache d'encre située au centre du carré.

En ce même XIX^e siècle, des féticheurs musulmans d'Afrique utilisaient pour leurs opérations des carrés de Trois gravés sur des plaques de cuivre. On trouvera ici des reproductions de tels objets, d'après une publication de l'érudit germanique W. Ahrens. Celui-ci a également publié des reproductions (redessinées, semble-t-il) de carrés magiques ornant des figures de démons, venant du Deccan (Inde), également du XIX^e siècle. Certaines présentent un carré de Trois, d'autres un carré de Quatre.

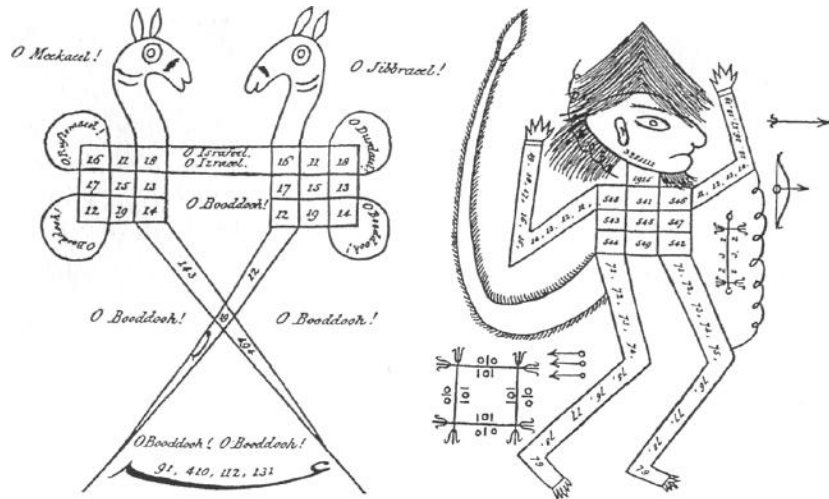
Puisque nous voici parvenus aux Indes, restons-y. Un missionnaire anglais qui évangélisait dans ce pays au XIX^e siècle, le révérend A.H. Frost, remarqua que la grille de la porte d'entrée du vieux fort de Gwalior s'ornait d'un carré magique de dimension Quatre. Voici la liste des nombres composant ce carré qui remonterait au XII^e siècle de notre ère. En première ligne, 15, 10, 3 et 6 ; en seconde ligne, 4, 5, 16 et 9 ; en troisième ligne, 14, 11, 2



Carrés magiques de Trois sur des talismans du Nord Togo. Plaques de cuivre du Musée de Berlin, d'après W. Ahrens. On notera que les nombres ont été augmentés de 97, sans doute afin de faire apparaître le nombre d'Allah : 99.



Carré magique de Quatre sur une amulette musulmane du XIX^e siècle du Deccan (Inde). D'après W. Ahrens.

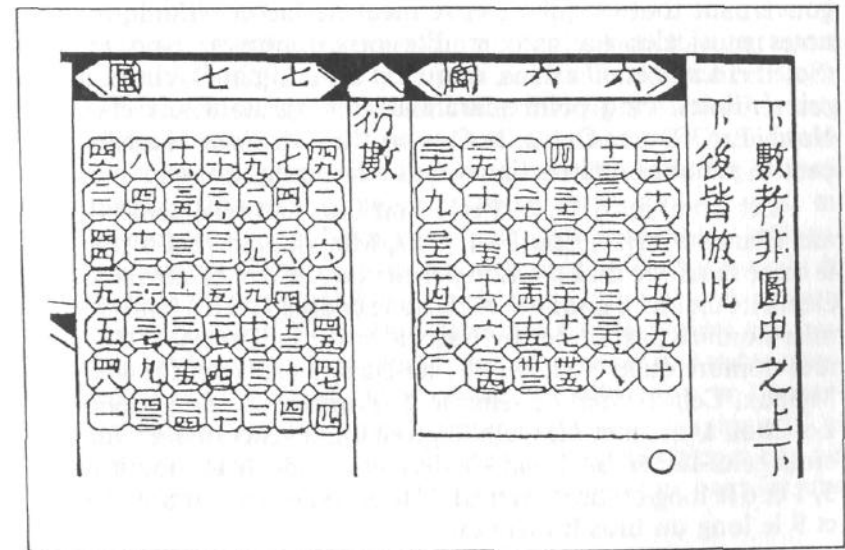


Carrés magiques de Trois sur des amulettes musulmanes du XIX^e siècle du Dec-can (Inde). D'après W. Ahrens.

et 7 et enfin 1, 8, 13 et 12 en quatrième et dernière ligne. Comme vous pouvez le vérifier, ce très ancien carré magique est diabolique. La diagonale brisée 4 plus 11 plus 13 plus 6 a comme somme 34, tout comme la diagonale brisée 10 plus 4 plus 7 plus 13. Et ainsi de suite. Ce remarquable carré aurait été tracé par un savant jaïna (d'où le qualificatif « jaïna » parfois attribué aux carrés magiques de dimension pairement paire qui sont « diaboliques »). Il fait partie de l'aristocratique famille des 48 carrés diaboliques de Quatre, à peine plus de cinq pour cent du total 880 de carrés de Quatre, tous différents les uns des autres.

Pour la petite histoire, ajoutons que le révérend Frost s'intéressait si vivement aux figures magiques qu'il construisit des cubes magiques dont il fit exécuter des maquettes en volume. Ces régiments de chiffres rouges et noirs enfermés sous des glaces firent partie des collections du musée londonien d'Histoire des sciences de South Kensington. Probablement y sont-ils toujours.

Continuons le voyage vers l'Extrême-Orient. Tandis que Moschopoulos rédigeait à Byzance son traité resté longtemps manuscrit, les Chinois imprimaient des livres d'arithmétique contenant des carrés magiques. La reproduction donnée ici date de 1590. Le carré magique de dimension Six qui y figure est totalement différent de celui qu'Agrippa avait fait imprimer quelques décennies auparavant. Il est vrai que les carrés magiques ont, dans l'Empire du Milieu, une antiquité fort grande. Le carré magique de Trois aurait figuré sur des documents écrits à l'époque des premiers empereurs Han (début de cette dynastie : 202 avant notre ère) alors qu'on cherchait à reconstituer les livres brûlés par le despote Che-Houang-Ti, fondateur de la dynastie Tsin et unificateur de l'Empire après la période féodale troublée dite des Royaumes Combattants. Mais, car il y a un mais, les documents écrits qui nous racontent la chose ne remontent qu'à la dynastie Song (XII^e siècle) dont les empereurs étaient férus de choses secrètes et de taoïsme. Toutefois, les découvertes très récentes de documents mathématiques très anciens écrits sur des lames de bambou inci-



Carrés magiques de dimensions Six et Sept donnés dans un traité chinois imprimé vers 1590.

tent à faire crédit aux dires traditionnels. Il se pourrait bien que ce carré magique de Trois qu'est le diagramme traditionnel dit *Lo-Chou* (je ne me pique nullement d'être au courant des dernières normes en matière de transcription phonétique des idéogrammes chinois !) soit effectivement très, très ancien.

Les commentateurs du Lo-Chou enseignent unanimement que cette figure symbolise l'organisation des éléments primordiaux donnant naissance aux Dix Mille Êtres, c'est-à-dire à tout ce qui existe dans l'Univers. Pour les premiers physiciens grecs de l'Ionie, il y avait quatre (« universelle mesure » !) éléments : Feu, Air, Eau et Terre. Pour les lettrés chinois, il y en avait cinq : Terre, Eau, Feu, Bois et Métaux, dans cet ordre de préséance. Dans les deux cas, ne vous laissez pas prendre au piège du concret des mots : par exemple, relève de l'élément Eau tout ce qui coule, ou peut couler (un métal en fusion, en particulier) ; de son côté, le Feu serait aujourd'hui appelé énergie, que cette énergie soit cinétique, calorifique, chimique, électrique, voire nucléaire. Cinq fut dans la Chine traditionnelle le Nombre Cosmique par excellence, gouvernant tout ce qui vit et se meut de façon rythmique : cinq notes musicales (la gamme dite pentatonique), cinq planètes (Soleil et Lune étant exclus, ce qui est assez logique), cinq couleurs primordiales, cinq points cardinaux (en ajoutant aux classiques Nord, Est, Sud et Ouest, le Centre, trace de l'axe Haut-Bas perçant le plan des quatre directions astronomiques), etc.

Les nombres 5, 1, 2, 3 et 4 sont tout naturellement attribués aux éléments Terre, Eau, Feu, Bois, Métaux, dans cet ordre. Mais le carré magique du Lo-Chou permet de raffiner en attribuant aux éléments un autre nombre. A l'Eau le couple 1, 6 (l'Unité et le premier nombre parfait des pythagoriciens) ; au Feu : 2 et 7 (ce dernier nombre étant « vierge ») ; au Bois, 3 et 8 et enfin 4 et 9 aux Métaux. Cela permet de relier le diagramme en carré magique du Lo-Chou à un autre diagramme, tout aussi vénérable, en forme de croix celui-là : le *Ho T'ou*. Ce dernier comporte les nombres 7, 2, 5, 1 et 6 le long du bras vertical de la croix, et les nombres 8, 3, 5, 4 et 9 le long du bras horizontal.

Si les pythagoriciens usaient volontiers des deux grandes catégories du Pair et de l'Impair, les lettrés chinois ont, eux, parlé de

Yin et de Yang. Ici aussi, il s'agit à la fois de concret et d'abstrait. C'est sans doute simplifier à l'extrême que d'assimiler le Pair, qui se laisse facilement diviser, à quelque chose d'essentiellement passif, féminin, donc Yin, tandis que l'Impair, gros potentiellement du Pair (qui se révèle par l'addition de l'Impair à lui-même), est actif, masculin, donc Yang. En tout cas, l'attribution à chaque élément d'un couple symbolique de deux nombres dont l'un est pair et l'autre impair montre qu'en chaque élément, Yin et Yang se balancent, sans que l'un soit seul présent, l'autre étant absent.

On pourrait développer longuement, très longuement, ce qui vient d'être résumé à grands traits en quelques phrases. Comme il ne saurait être question de grossir par trop le présent livre, je renvoie le lecteur curieux d'approfondissements à un livre déjà ancien, mais, ô combien passionnant, *la Pensée Chinoise* du professeur Marcel Granet. Devenu introuvable, cet ouvrage fut réédité en 1968 (Albin Michel, Paris). Cent cinquante pages y sont consacrées à la symbolique des nombres, particulièrement à tout ce que l'on peut dire de leur organisation en carré magique de dimension Trois.

On peut se poser la question : si influence il y eut entre Alexandrie et la Chine, en quel sens se fit-elle : d'Occident vers l'Orient ou *vice versa* ? Des néopythagoriciens d'Alexandrie vers les maîtres es sagesse des Royaumes Combattants ? Ou bien des devins et maîtres du calendrier chinois vers l'Europe ? Bien présomptueux qui oserait trancher en toute certitude ! Et puis, au fond, la recherche à tout prix des plausibles, et possibles, influences d'une culture sur une autre en vue de préciser l'origine vraie de telle doctrine ou de telle théorie a-t-elle toute l'importance qu'on y attache trop souvent ? Ce genre de recherche n'est certes pas inutile, mais le plus important n'est-il pas de se poser une autre question : comment a-t-on pu découvrir telle ou telle chose, en l'occurrence l'arrangement de nombres organisé en carré magique ? Les hommes sont assez intelligents pour qu'une même découverte ait été faite en des endroits fort éloignés géographiquement les uns des autres.

Les spéculations cosmologiques des Chinois sur les relations symboliques entre les Cinq Éléments et des nombres arrangés en

carré magique de Trois me paraissent analogues aux spéculations de l'alchimiste Djabir en son *Livre des Balances*. Je peux donc valablement me réclamer d'une très ancienne tradition quand je vous propose, avec Maurice Massip cité plus haut, de voir dans les carrés magiques des modèles analogiques de la complexité des choses, et non simplement Tallégorisation de quelque secret occulte à désocculter. Ce qui n'est pas contradictoire avec l'emploi de carrés magiques en talismanique sacrée.

5. Pascal, Fermât et les autres

« *Les sciences de la Mathématique sont si nécessaires à la Magie, et ont tant de liaison avec elle, que ceux qui se mêlent de l'une sans employer l'autre ne font rien qui vaille. Ils perdent leur temps et ne viennent jamais à bout de leur dessein. Tout ce qui existe et tout ce qui se fait ici-bas par l'opération des forces naturelles est conduit avec nombre, poids, mesure et harmonie.* » Ce sont les premières phrases figurant au début du Livre Second de la *Philosophie occulte* d'Agrippa. « *Nul n'entre ici, s'il n'est géomètre* » aurait, quelque deux mille ans plus tôt, fait écrire Platon au fronton des jardins d'Akademos. Ces exigences sont à prendre au pied de la lettre quand on aborde les carrés magiques. Cela ne veut pas dire qu'il faille une culture mathématique si profonde que seuls quelques rares spécialistes pourraient se targuer de la posséder. Plus précisément, il faut sentir la beauté des nombres (à ne pas confondre avec leurs vêtements de chiffres) et l'harmonie cachée qui se dégage de leurs combinaisons bien organisées.

Les mathématiciens des siècles passés, disons de la Renaissance au XIX^e siècle, étaient peut-être mieux à même de ressentir ces choses que la plupart des mathématiciens actuels. A l'image de tous les autres spécialistes d'une époque qui souffre de l'hypertrophie de la spécialisation, beaucoup de mathématiciens ne sont plus que des machines à produire des théorèmes (en attendant de faire produire lesdits théorèmes par une machine dotée d'intelligence artificielle). Il reste heureusement des exceptions notables, souvent parmi les chercheurs les plus en pointe (et c'est même pour cela qu'ils se situent en pointe !).

Lecteurs assidus des mathématiciens alexandrins, les grands algébristes de la Renaissance se sont passionnés pour les carrés magiques. Pierre de Fermât (dont une conjecture connue sous le nom de Grand Théorème de Fermât attend toujours d'être complètement démontrée depuis trois siècles !) décrit des procédés très généraux de construction des paires de carrés pairs et des impaires pairs. Il affirme pouvoir ainsi construire quelque mille milliards de carrés de dimension Huit (il y en a en fait bien davantage encore !). Une note écrite de la main de Pascal nous apprend qu'il se disposait à publier en 1654 (il avait alors 31 ans), *s'il plaisait à Dieu*, un petit traité sur les carrés magiques à enceintes. Il s'agit de structures telles qu'en supprimant les deux lignes et les deux colonnes de la périphérie, le carré restant continue d'être magique (bien qu'il ne soit plus « normal », puisque les nombres qui le constituent ne sont plus forcément successifs). Éventuellement, on peut réitérer l'opération, si le carré initial était de dimension suffisamment grande. Vous trouverez plus loin des exemples concrets de tels carrés à enceintes. On n'a pas retrouvé ce manuscrit dont il ne subsiste que le titre en latin. Pascal y affirmait qu'il avait su traiter complètement le sujet ; la perte n'en est que plus regrettable.

En 1691, le mathématicien Simon de La Loubère publie, en annexe à une relation de voyage au Siam où l'avait fort officiellement envoyé le Roi-Soleil, une longue dissertation sur les carrés de dimension impaire ; on y reviendra par la suite. Deux ans plus tard, Frénicle montre dans son *Des Quarrez Magiques* comment dénombrer systématiquement les carrés magiques de dimension Quatre (880 au total, rappelons-le). Aujourd'hui, l'ordinateur permet de construire pour de vrai, en quelques instants, tous ces carrés. A l'époque de Frénicle, avec des calculs faits à la main, la performance était des plus admirables. En 1705, le mathématicien La Hire reprend les procédés de Moschopoulos (il avait eu connaissance du contenu du manuscrit du Byzantin) ; il vulgarise la propriété de diabolisme (sans employer ce qualificatif) et esquisse des procédés généraux pour les carrés de dimension impaire paire. Ces derniers firent l'objet d'études approfondies de la part d'Euler, prodigieux génie qui découvrit à ce propos ce qu'on appelle aujourd'hui les carrés gréco-latins. Le modèle

le sujet, ce livre consacre plus de cent pages aux carrés magiques, et divers procédés de construction y sont donnés, en particulier pour les impairement pairs (c'est le cas de la dimension Dix). Tout le monde n'avait pas étudié cet ouvrage, puisque deux décennies plus tard, le néopythagoricien bien connu, le prince Matila Ghyka, affirmait sans sourciller dans sa *Philosophie et Mystique du Nombre* : « il n'existe pas de procédé général pour composer un carré magique de n'importe quel ordre », et pourtant il mentionne, en passant, le nom de Kraitichik. J'espère qu'en refermant le présent ouvrage, vous saurez construire n'importe quel carré magique à votre désir, et cela par une méthode très générale et fort simple, de cheminement convenable à travers les cases du damier carré qui sert de cadre à la figure magique.



Médaille talismanique ayant appartenu à Éliphas Lévi. D'un côté, le Bateleur du tarot ; de l'autre, un carré (non magique) de lettres.

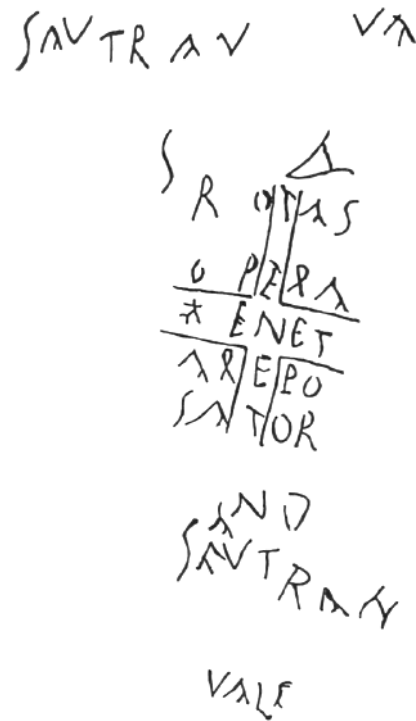
CHAPITRE II

Mystérieux jeux de lettres

1. Deux graffiti à Pompéi

Le 12 novembre 1936, l'archéologue italien Délia Corte découvrit à Pompéi une petite plaque de pierre noire encore en place sur une des colonnes de la grande palestine (ou gymnase) de cette ville fantôme. Sur cette plaque d'une quinzaine de centimètres, on avait gravé l'inscription reproduite page 48. On y trouve le carré magique de lettres : ROTAS OPERA TENET AREPO SATOR, dont les cinq mots forment une phrase en parfait palindrome, lisible donc dans les deux sens, de gauche à droite, ou de droite à gauche. La phrase a plus ou moins un sens en latin (seul le mot AREPO est inconnu dans cette langue). La plaque fut déposée au musée de la ville. L'authenticité de la découverte paraît inattaquable et, comme on sait que la palestine de Pompéi, fortement endommagée par un précédent tremblement de terre, venait juste d'être reconstruite avant la catastrophe finale, la gravure SATOR ne peut être antérieure à l'an 79 que de quelques années au plus.

On verra plus loin ce qu'il faut penser du reste de l'inscription, en particulier de SAUTRAN VALE (*Porte-toi bien, Saturne*, sans qu'on puisse dire en toute certitude s'il s'agit de Saturne père des dieux de l'Olympe, ou d'un individu portant ce prénom assez commun). On verra aussi ce qu'il faut penser de l'espèce de croix (un symbole universel qui, contrairement à une opinion répandue, n'est pas spécifiquement chrétien) qui entoure, en les soulignant, les deux TENET,

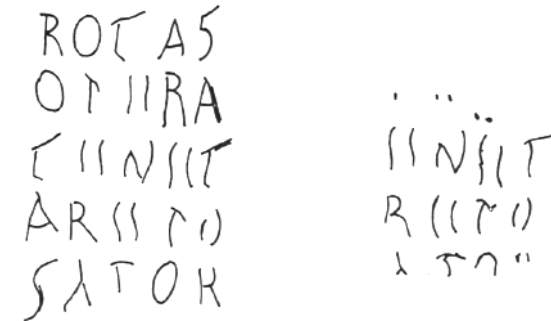


Carré SATOR gravé sur une plaque trouvée dans la palestine de Pompéi (antérieur à 79 de notre ère).

La découverte de la plaque de la palestine permit à Délia Coite

de compléter à coup sûr des graffiti mutilés relevés par lui le 5 octobre 1925 sur le mur de la maison pompéienne d'un certain P. Paquius Proculus. Comme le montre la reproduction donnée ici, ces graffiti se sont depuis tellement dégradés qu'ils en sont méconnaissables, et peut-être ont-ils même totalement disparu aujourd'hui. Remettant à plus tard la discussion sur la plausible origine de la formule (chrétienne ? païenne ?), on ne retiendra pour le moment que le jalon historique. Puisque la ville de Pompéi fut engloutie sous les cendres du Vésuve le 24 août 79 de notre ère, la formule du SATOR est antérieure à cette date, ce qui confère aux carrés magiques de lettres une grande antiquité.

Il existe d'autres carrés magiques de lettres, que ce soit en grec, latin ou français. Par exemple, les mots OPALE, PATER,



Carré SATOR de la maison de Publius P. Proculus, à Pompéi.

A gauche : dessin fait en 1925 par le professeur Délia Corti.

A droite : ce qui reste aujourd'hui de ce carré tracé avant 79 de notre ère.

ATOUR, LEUDE, ERRER disposés en carré se lisent à la fois de gauche à droite et de haut en bas, mais ils ne forment pas à eux cinq une phrase ayant un sens et on reste loin de la perfection du SATOR qui est palindrome. Notre époque n'a pas perdu le goût des jeux de lettres. L'engouement pour les mots croisés (des descendants en ligne directe des carrés magiques de lettres) n'est dépassé que par la folie qui s'empare de la France chaque soir à l'instant où paraît sur les téléviseurs le générique *des Chiffres et des Lettres*.

Il n'est pas facile de ciseler un parfait palindrome. Je ne résiste pas au plaisir de citer celui que composa, fin XVI^e siècle, un étudiant lorrain à l'Université de Pont-à-Mousson : « *Animosus ore pète perosus omina* », c'est-à-dire : « *Courage : consultez hardiment Voracle, prenez ses présages.* » Cet étudiant n'était autre que le futur saint Pierre Fourier, fondateur des Écoles chrétiennes et grand patriote lorrain s'il en fut. Des siècles et des siècles auparavant un autre ecclésiastique, l'évêque latino-barbare Sidoine Apollinaire, une figure marquante de « l'Antiquité Tardive », avait savamment discuté palindromes dans une de ses *Lettres*. Il n'y a donc rien d'étonnant à rencontrer le SATOR dans l'Occident latinisé des débuts de notre ère. Et s'il existait alors des carrés magiques de lettres, pourquoi n'y aurait-il pas existé à la même époque des carrés magiques de nombres ?

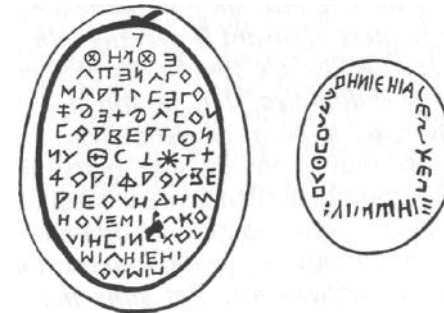
2. Sept voyelles gnostiques

Au terme d'une trentaine d'années d'études, A. Delatte et P. Derchain ont publié, il y a quelque deux décennies, *les Intailles magiques gréco-égyptiennes*. Il s'agit d'un catalogue systématique des collections de curieuses pierres gravées antiques conservées au Cabinet des médailles de la Bibliothèque nationale. On trouve des collections analogues dans tous les grands cabinets d'antiquités, publics et privés. En 1695, Abraham Gorlaeus publia à Leyde une *Dactyliotheque* reproduisant 682 pierres gravées en sa possession. On dit que Goethe en aurait eu plus de quatre mille si l'on en croit ses *Conversations avec Ackerman* ! Dans l'introduction de leur catalogue, les deux éminents spécialistes mentionnés plus haut signalent que les figures étranges ou monstrueuses gravées sur ces petites pierres sont fréquemment accompagnées d'inscriptions le plus souvent mystérieuses. L'exemple reproduit ici montre ce qu'il faut entendre par là. En hommage à ce pionnier que fut Gorlaeus, je l'ai extrait de son ouvrage, un peu au hasard d'ailleurs, car j'avais un large choix de talismans analogues. Que penser de ce personnage dont le corps est tout couvert de lettres formant des mots plus ou moins dépourvus de sens à première vue, comme l'Ablanathanalba inscrit sous ses pieds.



Intaille magique gréco-alexandrine figurant un personnage au corps couvert de lettres (extrait de *la Dactyliotheque* de Gorlaeus, n° 359).

Attention pourtant : si tel ou tel « mot » pris isolément est le plus souvent vide de sens, l'ensemble des inscriptions gravées sur le talisman en possède un, lui. C'est ce que pensent A. Delatte et P. Derchain écrivant, toujours dans l'avant-propos déjà mentionné : « Derrière les documents magiques, on soupçonne une doctrine cohérente... On peut être assuré que les magiciens avaient réfléchi et que même de modestes talismans sont l'œuvre d'un système. Bien entendu : les clients pour lesquels ces talismans étaient fabriqués n'avaient pas besoin de faire cet effort. Il suffisait qu'ils croient. » Il arrive que l'intaille ne comporte que des lettres, tout particulièrement des voyelles, comme on le voit sur les deux dessins donnés ici. La petite taille du jaspe support rend difficile la lecture des lettres constituant le curieux bijou de droite (il n'a guère plus d'un centimètre). Ce qui est remarquable est cette disposition en carré, une ébauche de carré magique.



Deux intailles magiques gréco-égyptiennes du Cabinet des médailles de la Bibliothèque nationale (Paris) portant des voyelles et des lettres.
A gauche: obsidienne (29x23 mm) - A droite : jaspe noir (14x11 mm).

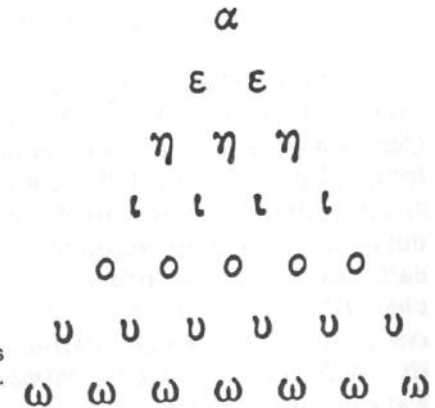
L'alphabet phénicien, tout comme les alphabets qui en dérivent directement (en particulier l'alphabet hébreu), ne notent que des consonnes. Pour vocaliser les mots, et donc pour lire facilement, l'invention grecque de signes notant les voyelles apparaît comme une révolution majeure. On attribuait parfois cette innovation au héros thrace Orphée qui vécut plus d'un millénaire avant notre ère. Nous n'avons conservé que cinq voyelles (mais en réalité, il y en a bien plus, avec l'existence de sons composés, comme

ai, ei, eu, etc.). Les Grecs comptaient, eux, sept voyelles, ayant un *e* court (epsilon), et un *e* long (êta), et aussi un *o* court (omicron, le « petit o ») et un *o* long (oméga, le « grand o »). Sept voyelles, comme il y avait sept planètes et sept notes de la gamme. Rien d'étonnant à voir rapprocher ces trois ensembles : voyelles, planètes et notes musicales, en des spéculations si étranges pour l'érudit moderne qu'il parle volontiers de « mysticisme » à leur sujet.

Au second siècle de notre ère, le néopythagoricien Nicomaque de Gérase écrivit une *Introduction arithmétique* qui reste le meilleur et le plus complet exposé d'arithmo-géométrie pythagoricienne. Il y traite savamment du pair et de l'impair, des nombres triangulaires et polygonaux, des nombres premiers et des proportions. A première vue ce n'est pas un « mystique ». Pourtant, le même Nicomaque écrivit dans un *Manuel d'harmonie* qui, par chance pour nous, a également traversé sans dommage les siècles : « *Les sons de chacune des sept sphères planétaires produisent un certain bruit, la première réalisant le premier son, et à ces sons on a donné le nom de voyelles. Ce sont là des choses que les savants qualifient de transcendantales. Ici, le son a même valeur que l'unité en arithmétique, le point en géométrie, la lettre en grammaire.* » On aura reconnu dans les sons planétaires de Nicomaque, et dans leur harmonie, la silencieuse « Musique des Sphères » de Pythagore. Et Nicomaque ajoute : « *Voilà pourquoi les Théur-ges adorant le Divin l'invoquent symboliquement avec des clappements de lèvres, des sifflements, des sons inarticulés car sans consonnes.* »

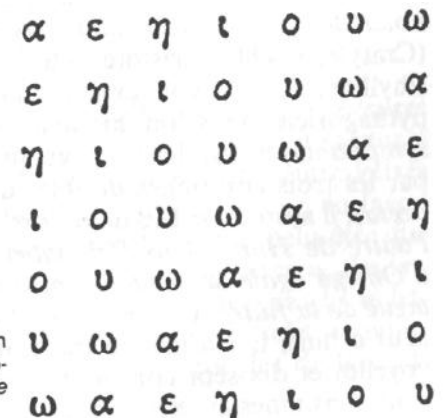
Des phrases analogues, on en trouve à foison sur ce qu'on appelle les papyrus magiques, témoins authentiques du foisonnement d'idées qu'on devine dans l'Alexandrie d'avant notre ère. On y emploie constamment les lettres grecques, et tout spécialement les voyelles comme signes de puissance. On trouve parfois ces voyelles arrangées en un triangle semi-magique. La figure donnée ici explique ce qu'il faut entendre par là.

Faute de pouvoir préciser davantage l'origine de toutes ces spéculations géométrico-littérales, on les qualifie volontiers de « gnostiques ». Ce n'est pas inexact, dans la mesure où la « gnose » fut un mouvement d'idées et de doctrines multiforme et créateur.



Triangle gnostique des Sept voyelles de l'alphabet grec (d'après E.A.W. Budge, *Amulets*, 1961).

Il est arrivé que les sept voyelles soient arrangées en carré, une sorte de carré magique, comme on le voit sur la reproduction donnée ci-dessous. Il s'agit d'une intaille gréco-alexandrine qui aurait appartenu à un médecin lyonnais du XVII^e siècle, Jacob Spon, grand voyageur devant l'Éternel (il fit du « tourisme » en Italie, Dalmatie, Grèce et pays du Levant). Cette fois, nous sommes bien près des véritables carrés de lettres, mais aussi des carres de nobres.



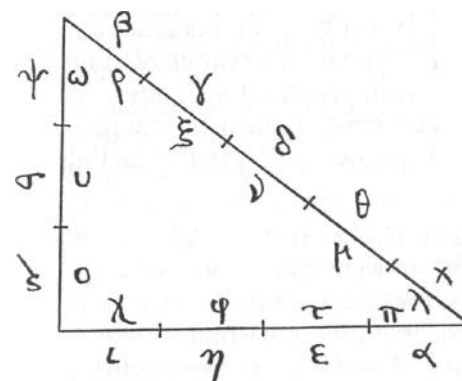
Les Sept voyelles grecques gravées en carré sur une intaille magique gréco-alexandrine (d'après J. Spon, *Voyage d'Italie*, 1675).

3. Les mystères des lettres grecques

Le nom d'une chose, quelle qu'elle soit, « participe » de cette chose. Quand elle n'est pas nommée, une chose existe-t-elle ? Question difficile quand on y réfléchit ! Les philosophes, les vrais (ce qualificatif s'étant tellement dévalué de nos jours) continuent et continueront longtemps de méditer le subtil rapport entre le nom et la chose nommée de ce nom. Se faisant aider par l'Homme dans son œuvre de création des choses de ce monde, « *Yahvé Dieu amena à l'Homme toutes les bêtes sauvages et tous les oiseaux du ciel pour voir comment l'Homme les appellerait. Et l'Homme donna des noms à tous les animaux domestiques, aux oiseaux du ciel et à toutes les bêtes sauvages* » (Genèse, chap. 2, v. 19 et 20). En nommant, l'Homme donnait vie à ce qui n'avait jusque-là qu'une possibilité d'exister.

Pour pénétrer les secrets des choses qui existent, donc qui ont un nom, n'est-il pas naturel alors de chercher à pénétrer d'abord les secrets de ces modèles simples que sont les noms ? Et puisque les noms sont constitués de syllabes formées de lettres, de commencer par les mystères des lettres. Le Socrate platonicien du Cratyle est très clair à ce sujet : « *Puisque c'est avec les syllabes et les lettres que se fait la modélisation de l'essence des choses, la voie correcte n'est-elle pas de distinguer ces éléments ?... D'abord les lettres qui permettent de prononcer (c'est-à-dire les voyelles) puis distinguer les lettres muettes et les lettres qui permettent de noter des bruits qui ne sont pas réellement des sons musicaux* » (Cratyle, § 424). Aristote aide à comprendre ces propos un peu sibyllins. Après avoir exposé, dans sa *Métaphysique*, la théorie pythagoricienne selon laquelle les trois consonances (en grec *symphonia*) musicales : octave, quinte et quarte, sont symbolisées par les trois consonnes doubles de l'alphabet grec (*sigma*, *psi* et *dzêta*), il ajoute : « *Des deux cordes médianes, l'une est de Neuf et l'autre de Huit. Dans l'alphabet, la distance qui sépare Alpha d'Oméga égale la distance entre la note la plus grave et la plus aiguë de la flûte, ce nombre étant égal à l'harmonie du Ciel.* » De neuf à huit, il y a un ton musical. D'alpha à oméga, il y a sept voyelles et dix-sept consonnes, ces dernières se décomposant en neuf consonnes muettes et huit semi-consonnes, ou semi-voyelles.

Dans son *Commentaire sur la République de Platon*, le néo-platonicien Proclus rapporte un schéma graphique dont il ne revendique pas l'invention, l'attribuant à son maître Nestorius. Ce schéma est reproduit ici. Les sept voyelles, mises en analogie avec les sept planètes, sont sur les deux petits côtés du triangle pythagoricien par excellence, celui dont les trois côtés valent respectivement 3, 4 et 5. Les dix-sept consonnes sont en correspondance analogique avec les douze signes du zodiaque de la façon suivante. Les trois consonnes doubles sont sur le petit côté du triangle rectangle ; elles font, notons-le, partie des huit semi-consonnes (ou semi-voyelles). Les cinq semi-consonnes restantes (soit : *lambda*, *mu*, *nu*, *xi* et *rho*) se placent le long de l'hypoténuse, tandis que les neuf consonnes proprement dites sont pour partie le long de l'hypoténuse (*bêta*, *gamma*, *delta*, *thêta* et *khi*) et pour partie le long du grand côté (*pi*, *tau*, *phi* et *chi*).



lettres de l'alphabet grec peuvent se poser sur le Triangle de Pythagore (3, 4,

Il y a ainsi deux lettres pour chacune des douze mesures (3 + 4 + 5) du triangle par excellence et l'on pourrait disserter à perte de vue sur les correspondances qui s'établissent entre lettres placées dans la même mesure. Comme tout cela sonne de façon étrange à des oreilles du XX^e siècle ! Vous trouverez peut-être que cette incursion dans la « mystique », ou les « mystères », des lettres grecques éloigne des carrés magiques ? Que non pas ! Les lettres éléments de ces modèles idéaux des choses que sont les noms sont analogues aux chiffres éléments de ces modèles de la complexité des choses que sont les carrés magiques.

En 1984, Charles Cartigny publiait *le Carré magique SA TOR, testament de saint Paul*. Reprenant une thèse formulée une dizaine d'années auparavant, il prétendait attribuer à l'Apôtre des Gentils la célèbre formule. La chose est d'autant plus étonnante que le véritable Paul avait en horreur, pour ne pas dire en haine, tout ce qui, de loin ou de près, faisait penser à la gnose. N'a-t-il pas écrit dans son *Épître aux Calâtes* ces phrases étranges : « *Quand nous étions petits, nous étions asservis aux éléments du monde. ..Au temps où vous ne connaissiez pas Dieu, vous avez servi comme des esclaves ces êtres qui, de leur nature, ne sont pas des dieux; à présent que vous connaissez Dieu... comment pouvez-vous retourner à ces faibles et pauvres éléments auxquels vous consentez à vous asservir une fois déplus ? Vous observez les jours, les mois, les saisons, les années !* » Paul, qui savait de quoi il s'agissait, joue habilement sur le double sens du mot grec *stoi-cheion* : astres planétaires, mais aussi lettres de l'alphabet (on retrouve le schéma de Proclus), les uns et les autres étant en relation symbolique. Charles Cartigny est dans l'erreur en attribuant à Paul l'Apôtre ce que ce dernier fustigeait chez les Calâtes. Mais il n'a pas tort en pensant qu'à cette époque on a pu composer le carré SATOR avec ces « éléments » que sont les lettres de l'alphabet.

En dépit des interdictions fulminées par les hiérarchies officielles, certains chrétiens, surtout ceux qui eurent une affinité d'esprit avec le « gnosticisme », continuèrent déjouer avec les lettres. Au VI^e siècle de notre ère, le moine palestinien saint Sabas (mort en 512) méditait toujours : *Les Mystères des Lettres grecques*. Il prétendait d'ailleurs qu'il fallait corriger les opinions traditionnelles des païens, ceux-ci ayant ajouté indûment deux lettres (le *xi* et le *psi*) à un alphabet qui ne pouvait en comprendre que vingt-deux, à l'image de ce prototype parfait qu'était pour le Palestinien Sabas l'alphabet hébreu. La version copte de cet ouvrage a été éditée et traduite. Il semble bien que l'original grec existe toujours, oublié qu'il est dans un manuscrit de la Bibliothèque nationale.

*
* *

4. Mères, doubles et simples

Il me souvient avoir lu, il y a de cela quelque temps déjà, un étrange article concernant le « secret » des carrés magiques. Rien moins que les Sept Secrets de la Sagesse ! Pour l'auteur de ce texte (je n'arrive pas à me souvenir du nom en question, non plus que de celui de la revue, mais ce n'est pas un grand malheur, comme vous allez en juger), pour l'auteur donc, chacun des sept carrés d'Agrippa était le cryptogramme d'une sentence à lire, devinez comment ? par l'hébreu, bien sûr ! Voici quelques lectures ainsi faites : « *Après l'étude, ouvrons-nous vers le Ciel, et contempons la magnificence de Dieu* », ou encore : « *L'impureté physique et morale se propage, démarquez-vous !* »

On se demande immédiatement pourquoi ce genre de propos, dont personne ne contestera la valeur, mais qui sont d'une désolante banalité, aurait exigé d'être profondément enfoui dans les nombres d'un carré magique (au fait, à quoi sert alors le caractère magique du carré ? A rien, absolument rien !). L'ésotérisme des carrés magiques ne peut se réduire à ce genre de secret, ou de pseudo-secret, occulte. La riche tradition grecque, byzantine, arabe, latine, hindoue et chinoise, est en outre là pour montrer, à qui accepte de le voir, que les carrés magiques ne sont en rien l'œuvre des kabbalistes hébreux.

La clef mise en œuvre par ce Monsieur était à la fois simple et tortueuse. Simple : il remplaçait les nombres d'un carré par des équivalences alphabétiques. Tortueuse, car il lui fallait cheminer de telle sorte que les consonnes (il n'y a pas de vraies voyelles dans l'alphabet hébreu) se groupent en mot. Curieusement, il n'utilisait pas les équivalences traditionnelles, mais quelque chose de tout moderne qui m'avait, si mon souvenir est exact, paru sortir en droite ligne d'Éliphas Lévi et de son Tarot.

En hébreu ancien, tout comme en grec ancien, il n'existe pas de notations particulières réservées aux seuls chiffres. On utilisait les lettres de l'alphabet, la notation d'un nombre résultant d'une convention appropriée. Cette dernière n'était autre que celle que nous utilisons toujours quand nous parlons un nombre, tant est fort le poids des usages. Quand on dit en parlant : cent cinquante-

trois, par exemple, la notation moderne est 153. On dit d'elle que c'est une notation de position, puisque c'est la position d'un chiffre qui signifie sa valeur. Ainsi, 1 en troisième position signifie qu'il vaut 100, tandis que 5 en seconde position vaut 50. Cette notation de position n'est pas très ancienne ; elle a représenté un acquis majeur de l'humanité, même si personne aujourd'hui, ou presque, ne s'en souvient. Elle a exigé la fantastique invention du zéro de position. Mais elle permet de noter un nombre, si grand soit-il.

Les anciens peuples écrivaient en chiffres, ou plutôt en lettres-chiffres, cent cinquante-trois de la façon suivante : 100 plus 50 plus 3 avec un signe pour 100, un pour 50 et un pour 3 ; le zéro de position n'est jamais nécessaire avec ce genre de notation, dite d'addition. Le tableau reproduit ici montre les conventions « lettres de l'alphabet-nombre signifié » en grec et en hébreu.

Avec ses vingt-deux lettres, l'hébreu s'arrêtait en principe à 499 (400 + 90 + 9). On pouvait aller plus loin avec des artifices. Je renvoie le lecteur intéressé par la numération au monumental et définitif ouvrage de Geneviève Guitel : *Histoire comparée des numérations écrites* (1975). Les Grecs allaient tout naturellement jusque 999 (900 + 90 + 9) et, comme il faut pour cela vingt-sept signes différents, ils adjoignaient aux vingt-quatre lettres de leur alphabet classique trois lettres archaïques tombées en désuétude : *Yépisemon* (ou *digamma*) signifiant 6, le *koppa* pour 100 et le *sanpi* pour 900. A noter que *Yépisemon*, équivalent au *vau* phénicien (et hébreu), fut l'objet de nombreuses spéculations mystiques. Six est le premier nombre parfait des pythagoriciens, et *Yépisemon* recelait, pour certains gnostiques, le mystère « insigne » du Nom de Jésus.

Sur le tableau donné ici figure également le classement des lettres grecques en voyelles, semi-consonnes et consonnes, ainsi que le classement des lettres hébraïques en mères, doubles et simples, tel que le propose le petit traité kabbalistique du *Livre de la Formation*, ou *Sefer Yetzirah*, tout imprégné de pythagorisme populaire et savant. On voit la nette parenté des deux classements. Mais, n'en déplaise à certains, c'est le pythagorisme qui l'emporte en antiquité. Je me permets de renvoyer à mon précédent ouvrage

HEBREU				GREC			
1	Mère	Aleph	א	A α	Alpha	Voyelle	1
2	<u>Double</u>	Beth	ב	B β	Beta	<u>Consonne</u>	2
3	<u>Double</u>	Gimel	ג	Γ γ	Gamma	<u>Consonne</u>	3
4	<u>Double</u>	Daleth	ד	Δ δ	Delta	<u>Consonne</u>	4
5	Simple	He	ה	E ε	Epsilon	Voyelle	5
6	Simple	Vau	ו	F	Episemon		6
7	Simple	Zain	ז	Z ζ	Zeta	S.C.Double	7
8	Simple	Heth	ח	H η	Eta	Voyelle	8
9	Simple	Teth	ט	Θ θ	Theta	Consonne	9
10	Simple	Jod	י	I ι	Iota	Voyelle	10
20	<u>Double</u>	Caph	כ	K κ	Kappa	<u>Consonne</u>	20
30	Simple	Lamed	ל	Λ λ	Lambda	Semi-Cons.	30
40	<u>Mère</u>	Mem	מ	M μ	Mu	<u>Semi-Cons.</u>	40
50	Simple	Nun	נ	N ν	Nu	Semi-Cons.	50
60	Simple	Samech	ס	Ξ ξ	Xi	Semi-Cons.	60
70	Simple	Oin	ע	O ο	Omicron	Voyelle	70
80	<u>Double</u>	Pe	פ	Π π	Pi	<u>Consonne</u>	80
90	Simple	Tzadi	צ				
100	Simple	Koph	ק	Ϟ ϙ	Koppa		90
200	<u>Double</u>	Resh	ר	P ρ	Rho	Semi-Cons.	100
300	<u>Mère</u>	Shin	ש	Σ σ	Sigma	S.C.Double	200
400	<u>Double</u>	Tau	ת	T τ	Tau	<u>Consonne</u>	300
				Υ υ	Upsilon	Voyelle	400
				Φ φ	Phi	Consonne	500
				Χ χ	Chi	Consonne	600
				Ψ ψ	Psi	S.C.Double	700
				Ω ω	Omega	Voyelle	800
				Ϟ	Sanpi		900

Utilisation des lettres pour noter les nombres en Grèce et en Israël. On notera les classements des lettres : mères, doubles et simples en hébreu, semi-consonnes, consonnes et voyelles en grec.

pour la démonstration de cette proposition qui montre, s'il en était besoin, que ce n'est pas dans la kabbale que se trouve l'ésotérisme des carrés magiques, même si on peut s'essayer à transcrire un carré magique à l'aide de procédés utilisés par certains kabbalistes.



J. Gaffarel lisait des caractères alphabétiques dans les constellations d'étoiles (*Curiosités inouïes*, 1650).

CHAPITRE III

Le grand art combinatoire

1. Trente-six officiers rebelles

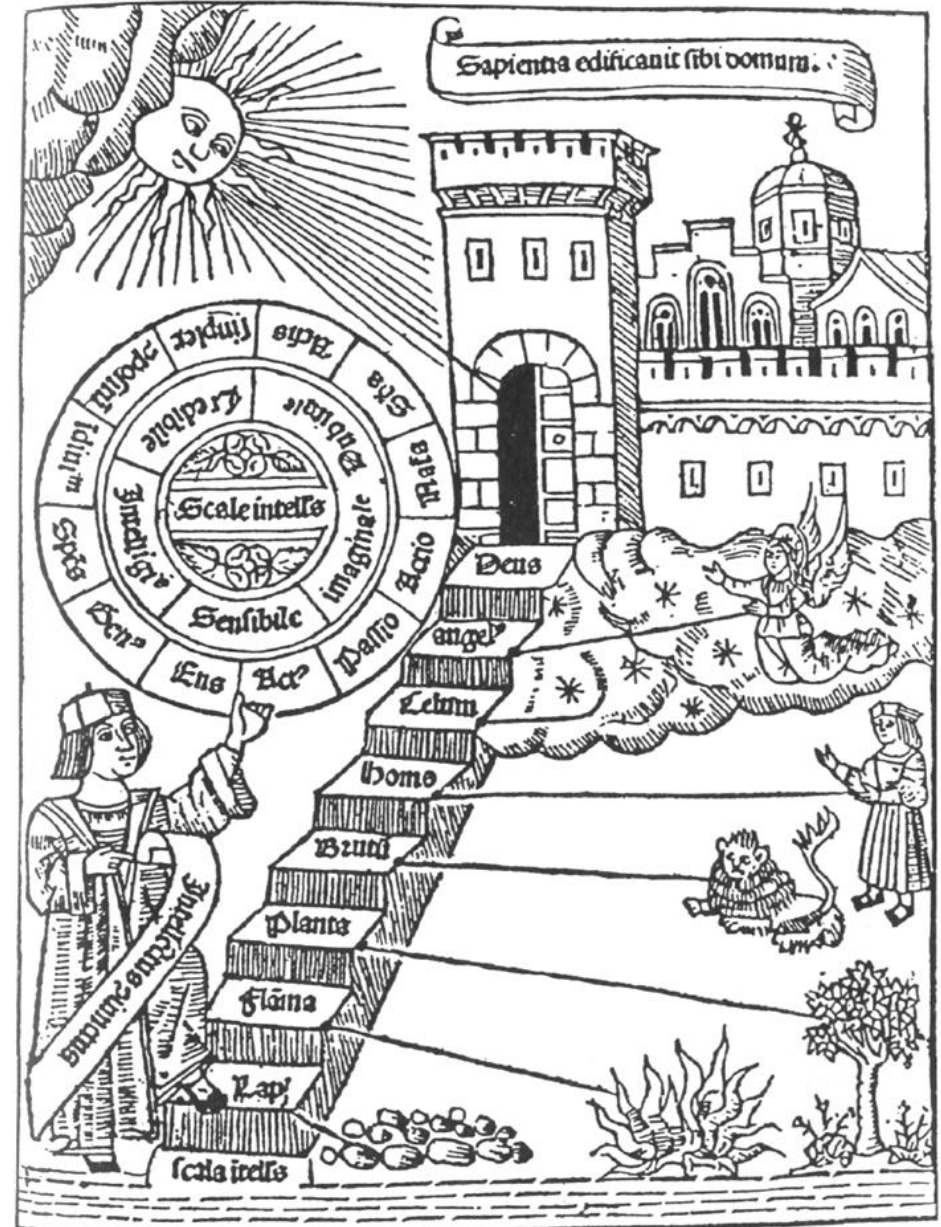
En 1776, le mathématicien Euler (1707-1783) publia sur les carrés magiques un ouvrage (*De Quadratis Magicis*) dans lequel il pose en particulier ce curieux problème : comment faire pour ranger sur un damier carré de N fois N cases un ensemble de N fois N officiers ayant N grades différents et appartenant à N régiments différents, cela de telle sorte qu'il n'y ait jamais dans une ligne ou une colonne du damier deux fois le même grade ou deux fois le même régiment ? Une fois le rangement terminé, chaque case du damier sera occupée par un officier différent de tous les autres et chaque ligne ou colonne du damier contiendra dans ses N cases un échantillonnage complet de tous les grades et de tous les régiments. Un tel résultat présente des airs de famille avec ce qui caractérise tout bon carré magique.

Euler a, au XVIII^e siècle, joué un rôle fort important dans le développement des sciences mathématiques, et même des sciences tout court. A peine âgé de vingt ans, il devient en 1727 membre de l'Académie de Saint-Petersbourg fondée par le tsar rénovateur Pierre le Grand. Il est nommé président de ce savant corps en 1733. Cédant ensuite à la pressante invitation du roi de Prusse Frédéric II, il se rend à Berlin pour être le Directeur de la classe des Mathématiques dans l'Académie que fonde ce monarque. Il a l'occasion d'écrire pour la nièce du roi des *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur quelques points de physique et de mathématique*,

un ouvrage de vulgarisation de bon aloi qui fut vite traduit dans toutes les langues de l'Europe d'alors et qu'on lit toujours avec intérêt, même si la physique d'aujourd'hui n'est plus tout à fait celle du XVIII^e siècle. C'est que, pour Euler, il n'est pas de science ni de connaissance obscure en soi ; l'obscurité ne peut venir que de la maladresse ou du charlatanisme de ceux qui ont reçu mission d'enseigner.

Euler rencontra Voltaire à la cour de Berlin, mais les relations tournèrent court. Le mathématicien défendait en effet cette thèse : il ne serait pas digne de la Nature d'employer des moyens disproportionnés au résultat escompté. Voltaire critiqua sottement cette proposition qui avait pour lui, nourri d'encyclopédisme, un relent de métaphysique. L'avenir a donné raison à Euler : cette thèse est devenue le Principe de Moindre Action, pilier de toute la physique moderne, qu'elle soit classique ou quantique. En 1766, Euler retourne en Russie à la demande express de la tsarine Catherine II, la Grande Catherine, celle qu'on appelait la Sémiramis du Nord. Il était devenu pratiquement aveugle lorsqu'il écrivit ce traité sur les carrés magiques. Dans son *Éloge d'Euler*, Condorcet, le génial vulgarisateur du calcul des probabilités, écrit à ce propos : « Si l'on en juge par le nombre et par le mérite des travaux qui remplirent la dernière partie de sa vie, on pourrait croire que l'absence encore plus absolue de toute distraction et la nouvelle énergie que ce recueillement forcé donnait à toutes ses facultés, lui ont fait plus gagner que l'affaiblissement de sa vue n'a pu lui faire perdre de facilité et de moyens pour le travail. » Quel magnifique exemple à méditer ! Dans les derniers mois de sa vie, toujours à Saint-Petersbourg, il s'occupe de calculer le mouvement des ballons dont il venait d'apprendre les essais en France. Il mourut subitement en 1783, alors qu'il était en train de chercher comment calculer la trajectoire de la planète Uranus que venait de découvrir Herschel.

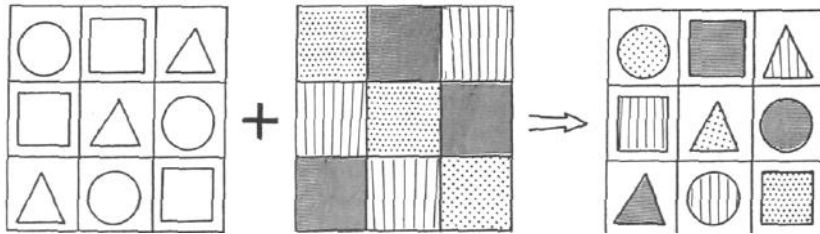
Ne nous étonnons pas de voir Euler s'intéresser aux carrés magiques. Ces fascinants êtres mathématiques avaient bien passionné les grands algébristes du XVII^e siècle. Le mathématicien allemand découvrit, en les étudiant, qu'on pouvait construire certaines familles de carrés magiques (appelées depuis « carrés eulé-



Ces cercles combinatoires lulliens figurent dans le *Liber de Ascensu* (édition de 1512). Les douze attributs de l'intellect peuvent avoir chacun cinq modalités différentes.

riens » en un hommage bien naturel) à l'aide de ce qu'on nomme aujourd'hui des carrés « gréco-latins ». De quoi s'agit-il ? Pour le comprendre le plus simplement, prenons le cas le moins compliqué possible, c'est-à-dire le damier de dimension 3 ($N = 3$). Euler avait considéré tout naturellement des officiers, car les princes qui le protégèrent lui posèrent souvent des problèmes militaires. En particulier, Frédéric de Prusse demanda son avis de mathématicien sur les trajectoires des projectiles de canon. On peut, plus pacifiquement, utiliser des figures géométriques de formes et de couleurs différentes. Pour des raisons évidentes d'impression, j'ai ici remplacé les couleurs par des hachures.

Traçons donc un damier carré de trois fois trois cases et donnons-nous trois triangles, trois carrés et trois ronds. Comment ranger ces trois fois trois objets dans les cases du damier de telle sorte que la forme *triangle* figure une fois et une fois seulement dans chaque ligne ou chaque colonne ? De même pour la forme *carré* et pour la forme *rond*. Ce n'est pas très difficile, et la figure donnée ici propose une solution possible.



Quoi de plus facile à construire qu'un carré « gréco-latin » ?

Donnons-nous maintenant trois types de hachures : traits verticaux espacés, traits horizontaux rapprochés et fond de points. Vous pouvez, si vous le préférez, utiliser trois couleurs différentes. Comment hachurer les neuf cases de telle sorte que chaque type de hachures se trouve une fois et une fois seulement dans chaque ligne et chaque colonne ? Ce n'est pas plus difficile, même si l'on se donne l'exigence supplémentaire de dispositions différentes pour les formes d'une part, pour les hachures d'autre part.

Prenons maintenant trois triangles portant chacun un type de hachures, de même pour trois carrés et trois ronds. Cherchons à ranger ces neuf figures, toutes différentes l'une de l'autre, dans les neuf cases du damier de telle sorte qu'une forme donnée, ou un type de hachures donné, se trouve une fois et une fois seulement dans chaque ligne et chaque colonne. La solution est immédiate : il suffit de « superposer » les deux solutions partielles précédemment trouvées pour les formes d'une part, pour les types de hachures d'autre part. Le résultat donné ici présente des airs de famille avec un carré magique où ce sont des nombres, eux aussi tous différents l'un de l'autre, qui sont placés dans les cases d'un damier carré.

Essayez maintenant avec un damier de quatre fois quatre cases, en utilisant par exemple les honneurs d'un jeu de cartes : as, rois, dames et valets de carreau, cœur, pique et trèfle. Comment faire cette généralisation ? Regardez bien comment furent construits, en dimension Trois, les deux arrangements de base. Dans chaque ligne, formes ou hachures se succèdent toujours dans le même ordre, en prenant comme convention de revenir par la gauche en première colonne quand on sort par la droite de la dernière colonne. Ces ordres sont, pour les formes : rond, carré et triangle ; pour les hachures : fond de points, traits horizontaux fins, traits verticaux espacés. Il y a toutefois décalage pour les formes de deux colonnes vers la droite, quand on passe d'une ligne à celle située en dessous. Pour les hachures, ce décalage n'est que d'une colonne dans les mêmes conditions. Il faut bien que les décalages soient différents pour formes et hachures si l'on veut que la « superposition » possède des propriétés « magiques ». Le résultat de la superposition est ce qu'on appelle un carré « gréco-latin », chacun des deux carrés élémentaires étant un « carré latin ». Dans le cas présent, ces carrés latins sont dits « orthogonaux » l'un à l'autre. Comme j'ai promis de ne point faire de mathématiques, mais comme j'imagine aussi que certains lecteurs souhaiteront pouvoir aller plus loin, je renvoie à l'annexe I pour des détails supplémentaires sur le sujet.

Pourquoi le qualificatif de « gréco-latin » ? Formes et hachures (ou couleurs) différentes deviennent rapidement peu

maniabiles quand la dimension du damier augmente (imaginez la situation pour un damier de dimension Douze, par exemple !). Il est alors préférable d'utiliser des lettres, par exemple des caractères latins (donc ceux de notre alphabet). Afin d'éviter les confusions quand on superpose deux « carrés latins », on va remplir les cases du premier damier avec des lettres latines et celles du second damier avec des lettres grecques, ce qui ne change rien à rien. La superposition de deux carrés élémentaires « orthogonaux » écrits, l'un en lettres latines, l'autre en lettres grecques, place dans chaque case du damier somme un couple de deux lettres, une latine et l'autre grecque, ce qui justifie ce nom de gréco-latin. On peut préférer employer des majuscules et des minuscules pour noter différemment les deux carrés élémentaires à superposer ; cela évite le recours à un alphabet grec, plus difficile à dessiner. La chose a été proposée en premier par Sauveur, en 1710, et c'est ce que j'ai fait quand j'ai donné plus haut, dans mon Introduction, un damier de dimension Cinq capable de générer 3 600 carrés magiques tous différents les uns des autres. Un tel nombre paraît énorme ; ce n'est pourtant qu'une toute petite fraction du nombre total des carrés magiques de dimension Cinq. C'est tout récemment, en 1973, que la valeur exacte de ce total a été calculée par Richard Schroepel, informaticien à la société Information International. Ce nombre est, tenez-vous bien, de 275 305 224 très exactement, sans compter bien sûr les carrés déduits par rotations et symétries qui ne sont pas réellement différents du carré départ. Eh oui ! plus de 275 millions ! On voit que les carrés eulériens, pour intéressants qu'ils soient, ne constituent que de toutes petites familles au sein des immenses tribus de carrés magiques d'une dimension donnée. Le numéro de janvier 1976 de la revue américaine de vulgarisation *Scientific American* contient un résumé du calcul de Richard Schroepel.

Il arrive que la famille eulérienne n'existe pas. Le mathématicien allemand croyait que tel était le cas pour les damiers de dimension impairement paire : Six, Dix, etc. Il n'est pas possible de ranger en carré gréco-latin trente-six officiers : ceux-ci se montrent rebelles à la chose ! Ne me demandez pas de vous donner la démonstration, elle n'est pas simple. Ce n'est que fort récemment

que le problème posé par Euler a, enfin, reçu une solution rigoureuse complète. En 1898, Gaston Tarry expliqua pourquoi 36 officiers se montraient rebelles, mais crut, faussement, en inférer que 100 officiers, 196 officiers, etc., l'étaient aussi. En 1959, trois mathématiciens américains, Bose, Parker et Shrikhande donnèrent un procédé général de construction des carrés gréco-latins de dimension impairement paire supérieure à 6. On a fait encore mieux depuis, avec la construction en 1973 d'un carré latin de dimension Dix dit « auto-orthogonal », ce qui permit au Français J.-C. Herz de construire un carré magique eulérien de dimension Dix. Il est reproduit dans l'annexe concernant le sujet. Bien entendu, ce n'est pas parce qu'il n'existe pas de carré magique « eulérien » de dimension Six qu'il n'existerait pas de carrés magiques de dimension Six, loin de là ! La construction de tels carrés par d'autres méthodes ne présente aucune difficulté spéciale, comme on va le voir dans le prochain chapitre.

2. Ramon Lull, logicien mystique

Le fantastique fourmillement des carrés magiques d'une dimension donnée dépasse tout ce que l'on pouvait raisonnablement imaginer. Comment, avec seulement 25 nombres différents, pas plus, on peut construire des centaines de millions de carrés magiques, tous différents l'un de l'autre ! Eh oui, et cela n'est que la conséquence bien naturelle de l'extraordinaire fécondité de ce qu'on appelle les « combinaisons » ! L'étude de ces dernières relève d'une des branches les plus vivantes de la mathématique : la combinatoire. Notons en passant combien paraît profondément ridicule, ou plutôt démesurément orgueilleuse, la prétention de certains occultistes se refusant à considérer autre chose que le carré traditionnel d'Agrippa, en ignorant tous ses cousins (275 305 223 pour la dimension Cinq et infiniment plus pour les dimensions supérieures !). Je les soupçonne d'ignorer, en fait, cette immense richesse !

Au XIII^e siècle, un homme a cru possible de mettre en œuvre la combinatoire pour résoudre rationnellement tous les problèmes de théologie et de philosophie : c'est le Majorquin Ramon Lull (1235-1315), un génie complexe et envoûtant. Missionnaire exalté, il a plusieurs fois cherché le martyr en pays musulman ; logicien forcené, il a inventé des machines à raisonner qui préfigurent les plus modernes des ordinateurs ; poète, il a laissé des chants et des romans allégoriques que les Catalans admirent toujours... Et de surcroît, grand alchimiste !

De noble famille majorquine, il avait refusé de faire des études car la chose lui paraissait indigne d'un gentilhomme. Dans la cour dissolue du roi d'Aragon et de Majorque, Jacques I^{er}, il trouva le moyen de se distinguer par ses extravagances amoureuses. C'est alors qu'il eut la vision du Christ, venu lui révéler ce que Lull baptisera Le Grand Art. Il voulut s'en servir pour convertir les musulmans, par la force de ses raisonnements logiques. Plusieurs fois chassé de façon fort rude, il finit par être lapidé par la populace de Tunis. Sauvé par des marchands génois, il mourut sur leur vaisseau en route vers les côtes chrétiennes.

Qu'était-ce au juste que ce Grand Art ? Malgré les volumineux traités laissés par le Majorquin, il reste des points obscurs. C'est sans doute Leibniz, fondateur du calcul infinitésimal, de surcroît grand logicien et profond philosophe, qui a le mieux compris la chose. Dans un ouvrage de jeunesse, qu'il ne renia jamais, il écrivit : « Grâce à cet Art, il ne devrait pas plus y avoir matière à discussion entre philosophes qu'il n'y en a entre comptables. En cas de désaccord, il leur suffirait de prendre en main leur crayon, de s'asseoir devant un tableau et de se dire mutuellement : eh bien, calculons ! » (*Ars Combinatoria*, 1666, rééd. 1690.)

Pour Lull, il y a dans chaque branche du savoir humain un petit nombre de principes susceptibles de prendre chacun un certain nombre de modalités. Pour épuiser le champ de telle ou telle de ces branches, il suffit donc d'écrire toutes les combinaisons possibles des différentes modalités des principes de base correspondant à la branche étudiée. Le logicien utilisa souvent des sortes de roues (mobiles) pour matérialiser principes et modalités. Dans la figure reproduite à la page 63, chacun des douze attributs

de l'intellect peut présenter cinq modalités différentes : il en résulte cinq à la douzième puissance, soit 244 140 625 situations différentes ! C'est le même genre de prolifération que celui caractérisant les carrés magiques.

L'art de Lull fut assidûment étudié jusqu'au XVII^e siècle. On a vu plus haut l'opinion louangeuse de Leibniz. Descartes fut plus critique, reconnaissant par là même qu'il avait étudié le Grand Art. Il faut reconnaître à sa décharge que certains lullistes tardifs avaient totalement déformé les idées initiales, mécanisant la chose au point de prétendre apprendre à n'importe qui n'importe quoi. Le calcul par des cercles tournants était parfois remplacé par la considération de tableaux rectangulaires de principes et de modalités, comme celui reproduit ici d'après le curé Jean Belot.

	A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	I.	K.
1. Essence. 2. Unité. 3. Perfection.	Ab- solut.	Boité.	Magni- tude.	Eternité.	Puis- sance.	Sagesse.	Volonté.	Virtu.	Vérité.	Gloire.
Prin- cipes	1. Re- latifs.	Diffe- rents.	Concor- dances.	Cōtravisté Durations.	Prin- cipes.	Milieu.	Fin.	Majori- té.	Equa- lité.	Minorité.
ALPHA- BÉT, ou principes de cet art.	M. Questions	Spa- noir?	Qui est?	Dequoy?	Pour- quoy?	Quant?	Quel?	Quand?	Où?	Côme quoy ou cōment?
	N. Suiets.	Dieu.	Anges.	Ciel.	Hom- me.	Imagi- natives.	Sensiti- ves.	Vegeta- tives.	Elémen- tatives.	Instrum- tatives.
	O. Vertus.	Justi- ce.	Pruden- ce.	Force.	Tempé- rance.	Foy.	Espé- rance.	Chari- té.	Patien- ce.	Piété.
	P. Vices.	Aua- rice.	Glouton- nie.	Luxure.	Super- bité.	Paresse.	Envie.	Ire.	Men- songe.	Inconstan- ce.

Tableau combinatoire lullien, d'après les *Œuvres* de Jean Belot, curé de Mil-Monts (Lyon, 1654).

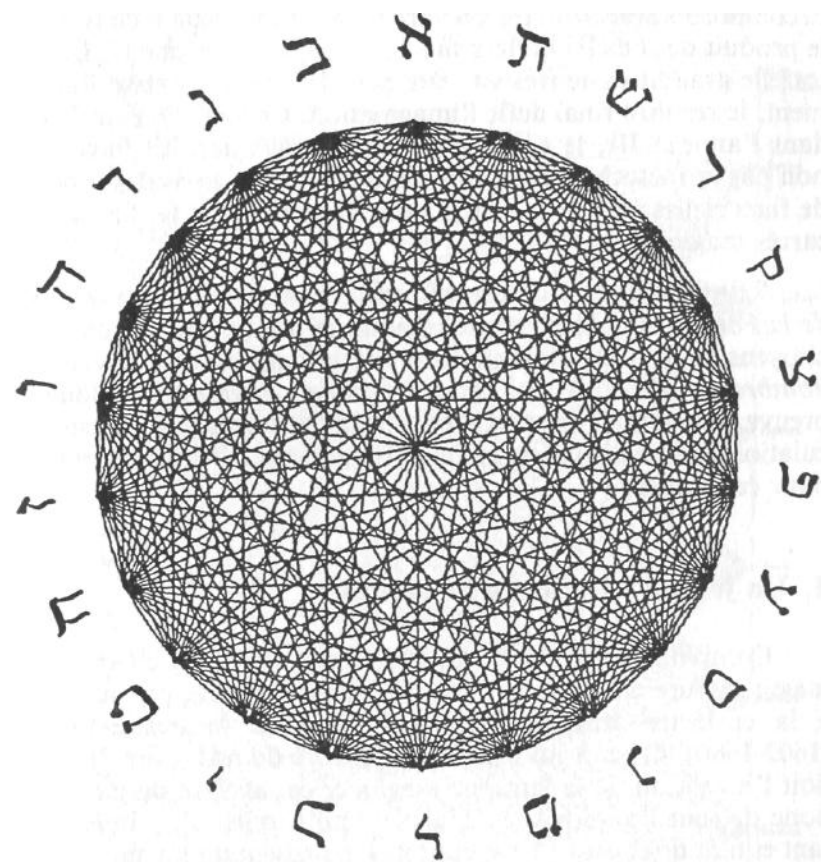
3. Aleph est avec toutes

Ramon Lull n'est pas l'inventeur de la combinatoire. On trouve des emplois bien antérieurs et, en particulier, dans le *Livre de la Formation*, ou *Sefer Yetzirah*, ce texte fondamental de la

Kabbale déjà rencontré plus haut à propos de spéculations sur les lettres grecques et hébraïques. On y lit cette phrase énigmatique au chapitre second : « *Vingt-deux lettres fondation, fixées par deux cent trente et une mesures à une roue qui tourne, et la roue tourne en avant et en arrière.* » Et le texte de préciser le mode de construction de cette roue : « *Voici comment combiner : Aleph avec tout, et tout avec aleph ; beth avec tout et tout avec beth ; et ainsi de suite jusqu'aux deux cent trente et une mesures. Et là se trouve tout ce qui est formé de tout ce qui est nommé hors de l'indifférent ié.* »

En suivant scrupuleusement le processus décrit : poser les vingt-deux lettres de l'alphabet hébreu sur un cercle, puis réunir chacune d'elles à toutes les autres, et toutes les autres à chacune d'elles, on trace le très beau graphisme reproduit ici (j'ai demandé à mon ordinateur de faire le travail matériel à ma place, car il est fastidieux de tracer sans se tromper les 462 traits !). Les 462 traits de jonction fixent les vingt-deux lettres par leurs milliers de points d'intersections mutuelles. Le cercle le plus extérieur se reflète dans le cercle le plus intérieur, se démultipliant ensuite en une série de six cercles de moins en moins discernables au fur et à mesure qu'on s'écarte du centre. Chaque trait étant tracé deux fois, par exemple d'aleph à beth, puis de beth à aleph, la roue multiple tourne bien dans les deux sens.

Si la combinaison précédente ne se trouve, semble-t-il, que dans le *Livre de la Formation*, il en est une autre, du même texte, qui possède de solides racines platoniciennes. La voici : « *Sept lettres doubles ainsi combinées. Deux bâtissent deux maisons ; trois, six maisons ; quatre, vingt-quatre maisons ; cinq, cent vingt maisons ; six, sept cent vingt maisons ; sept, cinq mille quarante maisons.* » Ces différents nombres de maisons sont ce qu'on appelle des permutations d'objets, une forme particulière de combinaison. Lorsque l'on considère deux lettres, A et B, on peut les arranger de la façon suivante : AB, mais on peut aussi les arranger comme suit : BA. Deux lettres, deux permutations. Avec trois lettres, A, B et C, l'éventail des possibles permutations s'agrandit : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Trois lettres, six (soit deux fois trois) permutations.



ALEPH est avec toutes
et toutes avec ALEPH

La combinaison des vingt-deux lettres de l'alphabet hébreu explique les Deux Cent Trente et Une portes du *Livre de la formation*.

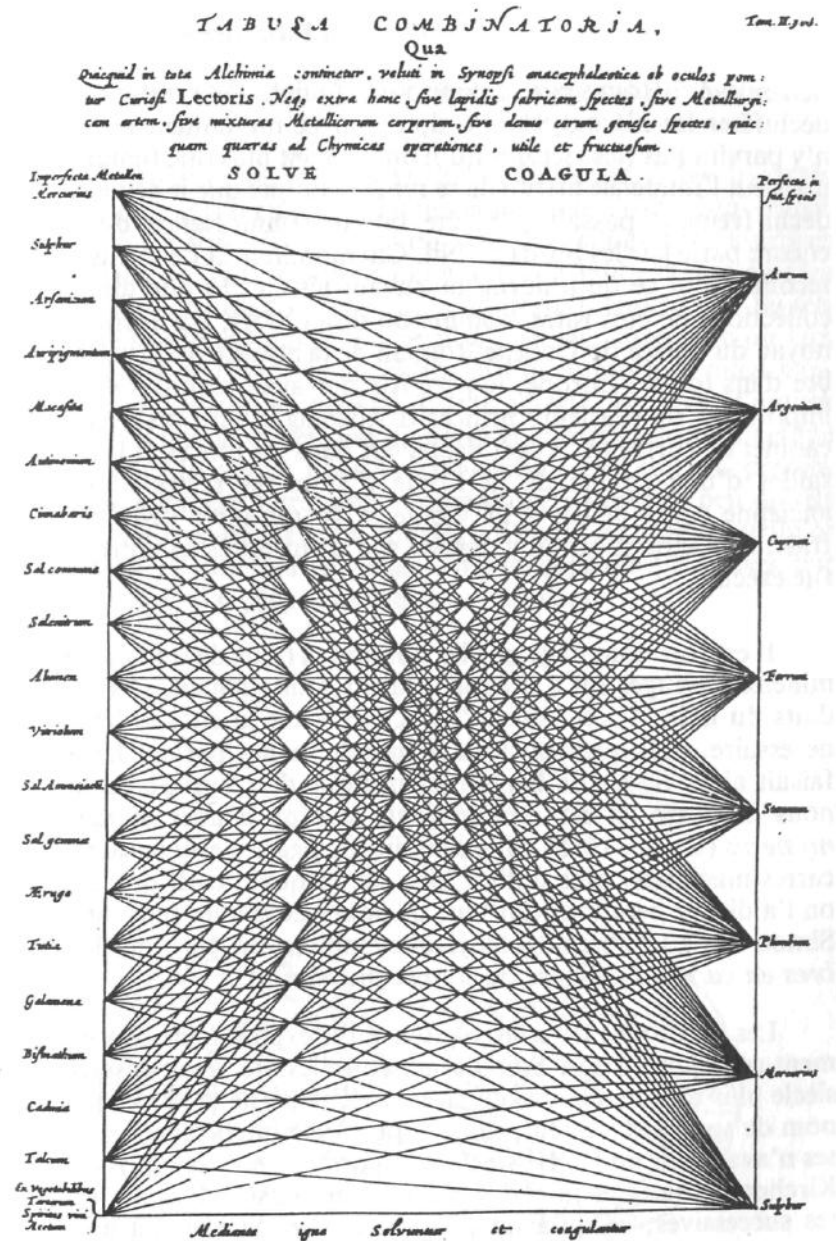
De façon générale, le nombre de permutations de N objets se décompte à l'aide de ce qu'on appelle la « factorielle » de N. C'est le produit de tous les entiers successifs depuis 1 jusque N. La factorielle grandit donc très vite dès que N devient notable. Rapidement, le résultat final défie l'imagination. Comme on peut le voir dans l'annexe III, le nombre de carrés magiques fait intervenir, non pas la factorielle de la dimension du carré, mais des produits de factorielles ! C'est la raison pour laquelle il y a tant et tant de carrés magiques !

Revenant aux modestes cinq mille quarante maisons du *Livre de la Formation*, on note que ce nombre n'est autre que celui des citoyens de la Cité platonicienne idéale dans *Les Lois*, car « ce nombre est divisible par les dix premiers nombres ». Nouvelle preuve, s'il en était encore besoin, de la liaison entre certaines spéculations kabbalistiques et le pythagorisme, l'originalité étant pour ce dernier.

4. Un jésuite à l'universelle curiosité

Combinaisons kabbalistiques, Grand Art de Lull et carrés magiques furent assidûment cultivés au XVII^e siècle par un jésuite à la curiosité presque universelle, le père Athanase Kircher (1602-1680). C'est à lui (qui le sait encore de nos jours ?) qu'on doit l'invention de la lanterne magique, cet ancêtre du cinéma et donc de tout l'audiovisuel. Mais le père Kircher s'est intéressé à tant et tant de choses ! Ce n'était pas seulement un savant de cabinet : voulant étudier les volcans, il se rendit à Naples, fit l'ascension du Vésuve et, s'étant fait attacher à des cordes, se fit descendre dans le cratère pour voir par lui-même les choses de près. Dans l'ouvrage qui relate la chose : *Mundus Subterraneus* (Amsterdam, 1664), se trouve une très belle planche de combinaisons lulliennes qu'on trouvera reproduite ici. Le savant jésuite s'y sert du Grand Art pour épuiser la liste des possibles combinaisons chimiques, ou alchimiques, entre métaux et métalloïdes.

Le jeune Kircher n'était encore qu'un étudiant lorsque le hasard mit entre ses mains un ouvrage décrivant l'obélisque égypt-



Cette très belle table combinatoire lullienne figure dans l'ouvrage *Mundus Subterraneus* (1664) du jésuite Athanase Kircher.

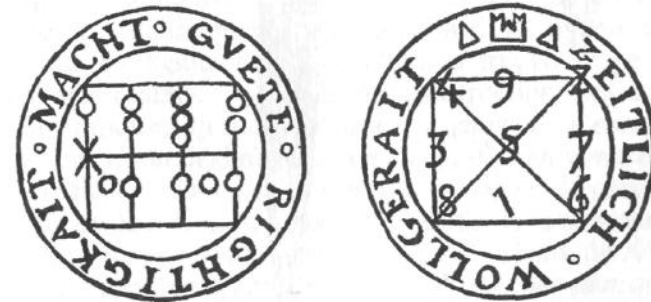
tien relevé à Rome par le pape Sixte Quint. Il se mit en tête de déchiffrer les hiéroglyphes sculptés sur ce monument antique. Il n'y parvint pas (les lectures qu'il donne sont plus que fantaisistes), mais eut l'immense mérite de se rendre compte que la seule voie de déchiffrement passait par une bonne connaissance du copte, encore parlé sur les bords du Nil. Champollion fit de même, et il a reconnu tout ce qu'il devait au savant jésuite. Et que dire de ses collections de curiosités, comme on disait alors, qui formèrent le noyau du musée du Collège Romain de la Société de Jésus ? Célèbre dans toute l'Europe, le père Kircher avait reçu des dons très importants de plusieurs princes d'Allemagne afin d'enrichir son cabinet de curiosité. Ayant découvert dans les ronces et les broussailles d'une colline de la Rome d'alors les restes d'une très ancienne église dédiée à la Vierge, il fit restaurer l'édifice à ses frais, demandant qu'on y dépose son cœur après sa mort, ce qui fut exécuté.

Il est fort dommage que les nombreux (plus de trente) et volumineux ouvrages qu'il a écrits n'aient pratiquement pas été traduits du latin. Il est vrai qu'au XVII^e siècle la chose n'était pas nécessaire, pratiquement tout le monde savant parlant latin, qui faisait alors figure de langue scientifique de l'Europe. Celui qui nous intéresse ici est *Arithmologia sive de abditis nwnerorum mysteriis* (Rome, 1665). Une centaine de pages y est consacrée aux carrés magiques, sans utiliser bien sûr ce qualificatif qui, comme on l'a dit, ne sera introduit que quelques décennies plus tard, par Simon de La Loubère. Notre jésuite emploie, lui, les mots de *nombres en carré*, ou encore de *sceaux planétaires*.

Les méthodes de construction qu'il expose sont très exactement celles que le père Spinula, un autre jésuite, avait enseigné un siècle plus tôt. Je me dois de dire que Kircher ne mentionne pas le nom de son prédécesseur, mais la propriété intellectuelle des choses n'avait pas, au XVII^e siècle, l'importance qu'elle a pris depuis. Kircher utilise également des procédés de construction par enceintes successives, ce qu'avait proposé le curé Stiefel. Là aussi, je pense qu'il a fait un emprunt ; la preuve : Kircher donne un carré de dimension Seize identique à celui donné par Stiefel. Tout cela

n'enlève rien, bien sûr, au consciencieux travail de l'auteur de *l'Arithmologia*.

Un dernier point : on trouve dans cet ouvrage l'idée de carrés qui sont géométriquement magiques et non plus arithmétiquement magiques. Ce sont les produits des nombres situés dans les cases d'une ligne, ou d'une colonne, qui y sont constants, et non plus les sommes en ligne ou colonne. Les nombres qui constituent de tels carrés ne se suivent pas en succession normale, comme c'est très généralement le cas pour les carrés arithmétiquement magiques. Par ailleurs, ce sont en général de très grands nombres, d'autant plus grands que la dimension du carré géométriquement magique est grande. On verra, dans l'avant-dernier chapitre du présent ouvrage, comment faire pour « humaniser » quelque peu de tels carrés. Une fois encore, ce n'est pas à Kircher qu'il faut attribuer l'invention de ces figures ; elles avaient déjà été proposées par Stiefel et Spinula, plus d'un siècle auparavant.

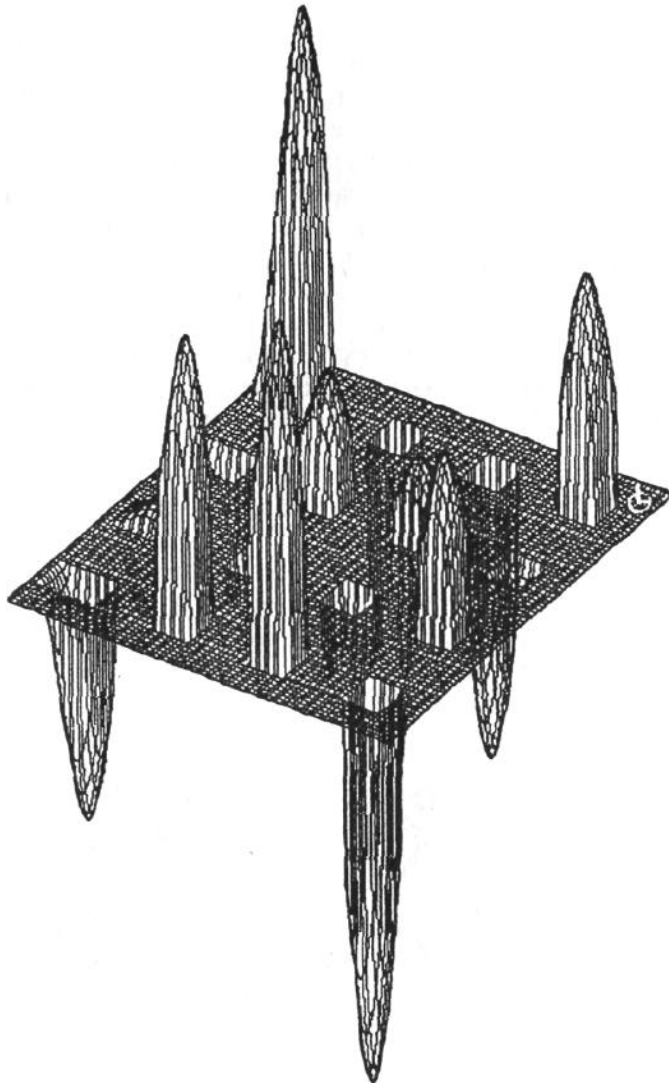


Carré magique de Trois sur un jeton à compter allemand du XVII^e siècle.

Comment construire des carrés magiques

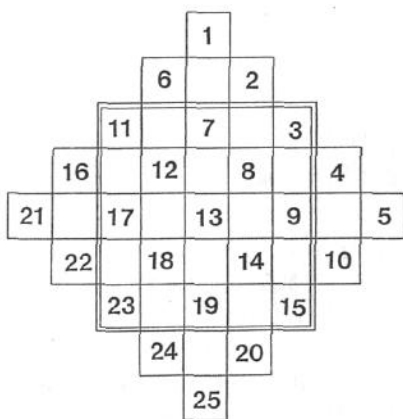
1. L'ambassadeur chemine dans l'impair

Les carrés magiques les plus aisés à construire sont ceux dont la dimension est impaire : 3, 5, 7, etc. Comme on a eu l'occasion de l'écrire plus haut, il suffit d'inscrire dans les cases du damier à remplir les nombres entiers successifs : 1, 2, 3, etc. La seule difficulté, ce faisant, est de savoir comment cheminer d'un nombre au suivant. Une technique de cheminement quasi automatique est celle que l'on attribue souvent à Claude Gaspard Bachet, sieur de Méziriac. Ce dernier fit imprimer à Lyon en 1612 un recueil de *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*. L'ouvrage dut connaître un certain succès puisque Bachet le fit réimprimer une douzaine d'années plus tard. Le problème 21 est relatif au carré magique de Trois. L'auteur en profite pour exposer alors une méthode générale de construction des carrés de dimension impaire, ajoutant ensuite : « *quant à la construction des carrés pairs, j'ai déjà dit que je n'en ai point encore trouvé une parfaite* ». Bachet donne toutefois des exemples de carrés magiques de dimension 4, 6, 8, 10 et 12. L'étude de toutes ces figures permit à A. Labosne de montrer comment l'écrivain du XVII^e siècle avait dû procéder. Réimprimant *les Problèmes plaisants...* en 1874 (il y eut ensuite d'autres rééditions en 1879, 1884 et 1905), A. Labosne ajouta en appendice à Bachet ses propres théories.



Carré magique de Jupiter interprété en trois dimensions.

Mieux qu'un long discours, la figure donnée ici d'après l'auteur lyonnais montre comment procéder. En premier lieu, on adjoint au damier initial un damier crénelé agrandi. Vous vous rappelez que le père jésuite Spinula procédait de même, ce qui montre que Bachet n'était pas l'inventeur du procédé. L'exemple donné ici est de dimension Cinq afin de ne point alourdir inutilement le dessin. Mais le procédé est très général : il reste le même quelle que soit la dimension du carré magique à construire, à condition évidemment que cette dimension soit impaire.



Construction d'un carré magique de dimension impaire (ici, Cinq) par la méthode de C.-G. Bachet de Méziriac (1612).

Pour commencer, on ajoute au-dessus de la première ligne de 5 cases une ligne supplémentaire de 5 moins 2, soit 3 cases. On continue en plaçant au-dessus de cette première ligne supplémentaire de 3 cases une seconde ligne supplémentaire de 3 moins 2, soit 1 case. Parvenu à ce point, on s'arrête, puisqu'il n'est plus possible de réitérer l'opération. On opère de même en bas du carré, puis à gauche et enfin à droite. Les quatre triangles crénelés que l'on ajoute ainsi au damier initial forment avec ce dernier un grand damier oblique crénelé qui comporte cinq lignes obliques de chacune cinq cases, plus quatre lignes obliques intermédiaires de quatre cases chacune. Le nombre total de cases de ce damier crénelé est un peu moins du double du nombre de cases du damier initial. Plus la dimension initiale sera grande, plus on s'approchera du double sans jamais atteindre cette valeur limite. Si le

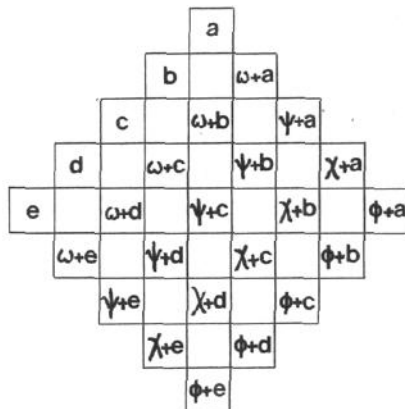
damier carré initial avait eu une dimension de sept, neuf, etc., il aurait fallu ajouter à chacun de ses côtés trois, quatre, etc., escaliers, le résultat final étant un grand damier crénelé fort semblable à celui de la figure donnée ici.

Le remplissage du damier crénelé se fait de la façon la plus simple qui puisse être : partant de la pointe supérieure, on inscrit dans les cinq cases de la première ligne oblique les cinq premiers nombres entiers, de 1 à 5. On passe ensuite à la seconde oblique (en laissant vides les quatre cases de l'oblique plus courte intermédiaire) dans les cases de laquelle on inscrit les cinq nombres entiers suivants, toujours dans le sens haut gauche vers bas droit. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on ait rempli les cinq grandes obliques. On voit que, ce faisant, on a rempli la moitié des cases du damier carré initial. Un tout petit peu plus de la moitié d'ailleurs puisque le nombre total de cases du damier carré est impair, donc non divisible exactement par deux. On voit surtout que le nombre de cases restées vides est juste égal au nombre de cases remplies dans les quatre crénelages. Il suffit alors de faire glisser les quatre triangles crénelés de telle sorte que les nombres qu'ils contiennent viennent tout naturellement remplir les cases encore vides du damier carré. Le triangle crénelé du haut glisse vers le bas jusqu'à toucher la limite basse du damier et le triangle crénelé du bas glisse similairement vers le haut, tandis que le triangle crénelé à gauche glisse vers le bord droit du damier, le triangle crénelé de droite allant, lui, jusqu'à la limite à gauche.

Les choses sont plus longues à expliquer qu'à faire ! En quelques secondes au plus, vous aurez fini de remplir le damier qui devient ainsi un carré magique. Il est aisé de vérifier que la structure de nombres est exactement celle enseignée par Agrippa. On ne peut, semble-t-il, construire par cette méthode qu'un seul carré magique pour une dimension donnée. C'est à la fois vrai et faux : vrai si l'on se contente de suivre à la lettre le processus écrit par Bachet de Méziriac, faux si l'on cherche comment généraliser la technique. La chose a été faite dès la fin du XVII^e siècle par Simon de La Loubère, connu par ses travaux de mathématiques et, de surcroît, ambassadeur extraordinaire du Roi-Soleil à la cour du Siam.

Le voyage de Brest jusqu'au Siam prenait à cette époque des mois et des mois ; ne fallait-il pas aller doubler le cap de Bonne-Espérance, au sud de l'Afrique ! Parti de France le 1^{er} mars 1687, l'ambassadeur n'arriva au Siam que le 27 septembre de la même année. Ses instructions lui enjoignaient de se documenter sur le pays, ses mœurs, sa religion et, bien sûr, ses possibilités de commerce. En trois mois, le travail était terminé et Simon de La Loubère reprit la mer le 3 janvier 1688 pour toucher la terre de France le 27 juillet. Que peut bien faire un mathématicien pour se distraire, sinon des mathématiques. S'essayant un jour sur le pont à tracer des carrés magiques, notre ambassadeur se vit offrir de l'aide par un de ses compagnons de voyage, un certain Vincent, qui lui apprit des procédés de cheminement qu'il disait tenir de savants indiens de Surat, une ville située près de Bombay. Le second volume de la relation de voyage de Simon de La Loubère : *Du royaume du Siam* (1691) contient ainsi, sur les carrés magiques, un long appendice (plus de 60 pages) dont on pourrait se demander ce qu'il fait là, si l'on ignorait les raisons qui l'y ont fait mettre.

Le mathématicien ambassadeur avait lu l'ouvrage de Bachet dont il généralise le procédé par damier crénelé auxiliaire de la façon indiquée sur la figure reproduite ici. Il appelle « bande » les lignes obliques descendant de gauche à droite. Pour qu'un carré soit magique, il faut, écrit de La Loubère, que les nombres d'une bande soient *arithmétiquement proportionnels* aux nombres d'une autre bande. Que veut-il dire par là ?



Mathématicien et ambassadeur du Roi-Soleil au Siam, Simon de La Loubère proposa, en 1691, ce procédé de cheminement qui préfigure les carrés gréco-latins.

Par symétrie avec la « bande » qui va en diagonale de gauche à droite et de haut en bas, de La Loubère appelle « barre » la diagonale qui va de droite à gauche, toujours de haut en bas. On voit que notre auteur a inscrit dans les bandes et les barres des lettres latines et des lettres grecques (une préfiguration des carrés gréco-latins eulériens ?). Il explique que les lettres latines désignent des nombres (en fait la série 1, 6, 11, 16 et 21) et les lettres grecques des différences (qui ici valent 1, 2, 3 et 4). Il ajoute (p. 308 de l'édition originale) : « *Chaque bande n'aura jamais qu'une lettre latine et toutes les lettres grecques et la lettre latine sera différente en chaque bande. Chaque barre au contraire aura toutes les lettres latines et toutes, hormis la première, auront une lettre grecque qui sera différente en chaque barre.* » Vous pouvez vérifier, en faisant glisser les quatre triangles crénelés pour ramener dans le damier carré initial les lettres qui y figurent que la structure abstraite ainsi obtenue ressemble fort à celle que j'ai donnée dans mon introduction (avec des majuscules et des minuscules latines).

En principe, on peut donner aux lettres latines a, b, c, d et e n'importe quelles valeurs de la série de nombres 1, 6, 11, 16 et 21 sous la seule condition que ces nombres soient tous utilisés une fois et une fois seulement. De même pour les quatre lettres grecques et les nombres de la série 1, 2, 3 et 4. On peut donc générer avec le tableau gréco-latin du mathématicien ambassadeur une grande quantité de carrés magiques d'une dimension impaire donnée, ces carrés étant tous différents les uns des autres. La vérité m'oblige à préciser que la plupart des carrés ainsi écrits ne seront pas parfaitement magiques : il y aura bien magie en lignes et en colonnes, mais la magie ne sera pas automatiquement obtenue pour les deux diagonales principales, les deux « diamètres ». Il faut une condition supplémentaire qui m'obligerait à faire un peu de mathématiques si je voulais l'écrire ici. C'est que le carré abstrait donné par de La Loubère n'est pas parfaitement bien écrit. Il aurait fallu faire jouer des rôles identiques aux lettres latines et aux lettres grecques. Les lettres grecques auraient alors cessé de représenter des différences pour représenter la série de nombres 1, 2, 3, 4 et 5, tandis que la série des lettres latines aurait représenté les nombres 0, 5, 10, 15 et 20. Comme on le verra par la suite, on

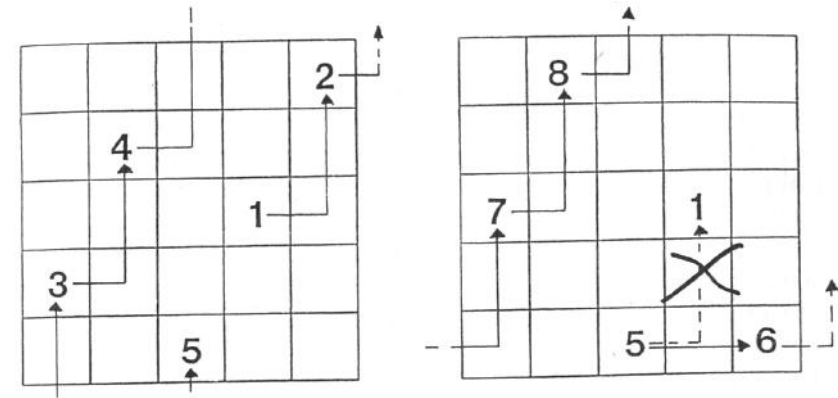
aurait, ce faisant, représenté les nombres constituant le carré magique par leur expression en numération de base 5 au lieu de les représenter en numération de base 10 (plus généralement, en numération de base N, avec N dimension du carré à construire). N'en voulons pas trop à de La Loubère ; il ne pouvait quand même pas être par trop en avance sur son époque !

Je rappelle que c'est fort probablement lui qui introduisit le premier le qualificatif de « magique » pour désigner ces carrés. Il se réfère pour cela à l'usage talismanique qu'en fit Agrippa, qu'il cite nommément. Pour être complet, j'ajoute que l'on trouve dans son livre des constructions de carrés pairs, voire d'impairment pairs, de dimensions 6 et 10 en particulier.

2. Des voies par milliers

La presque totalité des auteurs qui, au **XIX^e** et au **XX^e** siècles, ont cité les procédés de De La Loubère se borne à un seul et unique cheminement, celui que j'ai décrit plus haut à propos des carrés impairs traditionnels d* Agrippa alors qu'en fait il s'agissait de quelque chose de beaucoup plus général. On peut évidemment préférer à des structures abstraites écrites en lettres latines et grecques (ou en majuscules et minuscules) des cheminements plus concrets. La figure donnée ici reprend le fort classique cheminement en « cavalier d'échec » que connaissait le Byzantin Moschopoulos. On dit que le célèbre « problème du cavalier », c'est-à-dire faire parcourir toutes les cases d'un échiquier par un cavalier sans que ce dernier ne repasse jamais par une case qu'il a précédemment visitée, était déjà connu des Persans au X^e siècle de notre ère, mais je n'ai pu retrouver le manuscrit où serait décrite la chose.

Comme le « cavalier d'échecs » permet de générer un carré magique « diabolique », n'importe quelle case du damier carré à remplir peut être choisie comme case de départ. Sur la figure, c'est la case colonne 4, ligne 3. A partir d'elle, on fait un saut de cavalier pour trouver la case où placer le nombre 2. Sur la figure, ce saut est ainsi fait : 1 colonne vers la droite, 2 lignes vers le haut. Comme le savent les joueurs d'échecs, le cavalier peut atteindre en



Le cheminement en « cavalier d'échecs » permet de construire des carrés magiques diaboliques de dimension impaire.

A gauche : exemple de cheminement (1 case vers la droite, 2 vers le haut). *A droite* : exemple de saut (2 cases vers la droite) à exécuter lorsqu'on arrive sur une case déjà occupée.

fait 8 cases différentes. On aurait pu préférer un des 7 autres mouvements possibles, le carré finalement obtenu aurait toujours été magique, voire diabolique. Mais une fois choisi le premier mouvement, on doit bien sûr conserver le même mouvement tout au long du tracé. C'est une différence essentielle avec le « problème du cavalier ».

Repartant de la case où l'on vient de placer le nombre 2, le cheminement fait sortir du damier : c'est normal, compte tenu des dimensions fort limitées de ce dernier. On tourne la difficulté en considérant que la première colonne est en quelque sorte contiguë à la dernière. On passe donc de la case colonne 5, ligne 1 à la case colonne 1, ligne 1. La seconde partie du mouvement de cavalier (2 cases vers le haut, sans changer de colonne) fait à nouveau sortir du damier, cette fois par le haut. Et Ton rentre à nouveau dans le damier en considérant cette fois que la dernière ligne tout en bas est en quelque sorte contiguë à la première ligne. Le nombre 3 se trouve ainsi placé dans la case colonne 1, ligne 4. Ici aussi, il est plus long de décrire le processus que de l'exécuter en pratique. Aucune difficulté pour aller de la case où l'on vient d'inscrire 3 à la case où l'on va inscrire 4, puisque l'on reste cette fois dans le

damier. On en ressort par le haut avec le cheminement suivant, et il faut rentrer par le bas pour placer 5.

Les choses se corsent au mouvement suivant puisque le saut de cavalier se termine sur une case déjà occupée. Pour se sortir du guêpier on met en œuvre un saut différent. Celui choisi en partie droite de la figure est de deux colonnes vers la droite, sans changement de ligne. On place donc le nombre 6 dans la case colonne 5, ligne 5. Puis Ton reprend les cheminements en cavalier pour aller de 6 à 7 (avec sortie du damier, que Ton traite comme décrit précédemment), puis de 7 à 8 (aucune difficulté), ensuite de 8 à 9 qui vient s'inscrire dans la case juste au-dessus de celle où est déjà inscrit 5, etc. On retrouvera le blocage quand il s'agira d'aller de 10 à 11 ; on s'en sortira en pratiquant le saut : deux colonnes vers la droite, pas de changement de ligne. Je vous laisse le soin de vérifier que le damier une fois totalement rempli est bien un carré diaboliquement magique.

Mais, diront certains, pourquoi sauter de deux colonnes sans changer de ligne quand le cheminement en cavalier amène sur une case déjà occupée ? Et si l'on avait fait un autre type de saut ? Et pourquoi pas, par exemple, un autre saut de cavalier ? Bonne question ! Pourquoi pas, en effet ! Bien entendu, ce saut doit se faire dans une direction différente de la direction choisie pour cheminer. On a le choix entre sept (8 moins 1) possibilités. Si Ton choisit pour le saut deux colonnes vers la droite, une ligne vers le haut, le résultat final sera un carré semi-magique, semi-diabolique. Je m'explique : il y aura bien magie arithmétique selon lignes et colonnes ; mais la diagonale principale qui va du coin haut gauche vers le coin bas droit aura pour somme de ses cinq nombres 70, tout au moins quand le point de départ du chemin est le même que celui de la figure donnée ici (donc le nombre 1 en case colonne 4, ligne 3) ; par contre, la diagonale principale allant du coin bas gauche vers le coin droit haut sera bien magique, ainsi d'ailleurs que toutes les diagonales brisées allant de bas en haut. Pas de magie sur l'une des diagonales principales : semi-magie, dit-on habituellement. Magie sur seulement la moitié des diagonales brisées : semi-diabolisme.

Si l'on avait choisi de faire comme saut le mouvement de cavalier d'échecs (deux colonnes vers la gauche, une ligne vers le

bas, le symétrique en somme du saut précédent), le résultat aurait été lui aussi symétrique : semi-magie, la diagonale principale coin bas gauche vers coin haut droit n'étant pas magique (avec une somme de 60 au Heu des 65 requis, mais vous noterez que 60 plus 70 font deux fois 65, et ce n'est pas une simple coïncidence !), et semi-diabolisme, toutes les diagonales principale et brisées allant de haut en bas donnant 65 comme somme des nombres de leurs cinq cases.

On aurait pu choisir bien d'autres mouvements pour le cheminement et pour le saut sans que le carré obtenu cesse d'être magique. Je n'irai pas jusqu'à dire qu'on peut faire un peu ce que l'on veut, sous la seule condition que cheminement et saut soient différents, ce serait exagéré ! Il faut satisfaire à certaines conditions mais ces conditions sont fort peu contraignantes. Puisque j'ai promis de ne pas alourdir mon texte par de la mathématique, si élémentaire soit-elle, je renvoie le lecteur intéressé à l'annexe II dans laquelle sont énoncées la condition pour la magie (plus exactement semi-magie) et les conditions pour les deux semi-diabolismes ; lorsque toutes les conditions sont satisfaites, et il n'est pas difficile de s'en assurer, les carrés de dimension impaire que Ton trace sont pleinement magiques, et même de surcroît diaboliques, Il y a vraiment des milliers et des milliers de façon d'opérer. N'est-il pas naturel de retrouver à propos de carrés magiques cette grande constatation : la Voie n'est jamais unique, mais il n'est pas question de s'en remettre au hasard ou à sa bonne étoile pour y cheminer. Il faut avoir une règle de conduite correcte et il faut savoir comment procéder quand des difficultés surgissent. Vous voyez bien que les carrés magiques recèlent en eux des secrets autrement plus importants que ceux d'illusoires déchiffrements.

3. Mutations diagonales pair-pair

Les carrés de dimension impaire n'ayant désormais plus de secrets, ou presque, pour vous, que dire des carrés de dimension paire, et d'abord de ceux dont la dimension est pairement paire, c'est-à-dire deux fois divisible par le Pair, soit par Deux. La

dimension de tels carrés est donc de Quatre, Huit, Douze, etc. Longtemps, on les a considérés comme difficiles à maîtriser. Et pourtant !

A première vue, on est tenté de penser que les carrés magiques ne relèvent que de l'arithmétique. La géométrie a pourtant son mot à dire car les propriétés de symétrie des damiers sont fort différentes suivant que la dimension est paire ou impaire. Un damier impair possède un centre autour duquel tout s'ordonne, en quelque sorte. Ne se laissant pas diviser, le carré magique de dimension impaire se présente comme une sorte de globalité qu'il faut appréhender à la fois en bloc et aussi petit à petit. C'est bien ce que l'on fait quand on les remplit avec les techniques de cheminement que je viens de décrire. Il y a des règles très globales pour cheminer et pour sauter quand besoin est. Mais on remplit les cases Tune à la suite de l'autre en cheminant à travers le damier.

Les carrés de dimension paire sont dépourvus de centre, plus exactement de case centrale. Leur centre est virtuel, à l'intersection de leurs deux diagonales. Les pair-pairs en particulier se laissent aisément couper et recouper par moitié. Ils possèdent de ce fait des propriétés géométriques de symétrie et ce sont elles que Ton va mettre à profit pour transformer un damier carré de nombres en véritable carré magique.

Partons donc d'un carré « naturel » dans les cases duquel les nombres entiers successifs sont rangés selon leur ordre naturel. La figure donnée ici montre ce dont il s'agit pour les dimensions Quatre et Huit.

Pour rendre le raisonnement plus simple, prenons d'abord le carré de dimension Quatre. Les sommes en lignes et en colonnes sont bien sûr toutes différentes les unes des autres, aucune d'ailleurs n'étant égale à la constante du carré magique de dimension Quatre. Au fait, quelle valeur a donc cette constante ? Le total des 16 premiers nombres entiers, ou nombre « triangulaire » de seize, vaut 136. La constante du carré de dimension Quatre étant le quart de ce triangulaire vaut donc 34. Bien entendu, le total des quatre sommes en ligne du carré naturel de dimension Quatre vaut 136, tout comme le total des quatre sommes en colonne puisque, dans tous les cas, ces totaux ne sont autres que le « triangulaire »

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

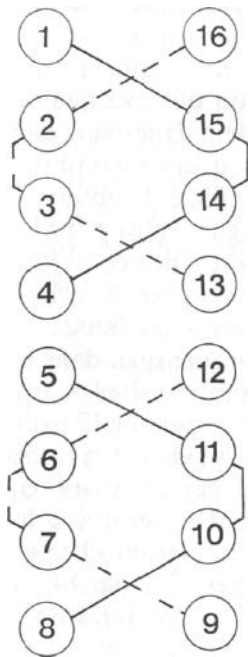
1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Un procédé de construction des carrés magiques de dimension paire (divisible par 4) par mutation autour des diagonales principales et secondaires.

de seize. En y regardant d'un peu plus près, on observe que la somme des deux sommes en première et en dernière lignes vaut 68, soit la moitié de 136 ; il suffirait d'échanger quelques nombres entre ces deux lignes pour se rapprocher de la magie. L'observation se répète pour la seconde et la troisième lignes, puis pour la première et la dernière colonnes, et enfin pour la seconde et la troisième colonnes. Comment choisir les couples de nombres à échanger entre colonnes symétriques par rapport au centre du damier ? Il suffit, pour organiser l'échange, de remarquer que, dans le carré naturel de nombres, la somme de deux nombres situés dans des cases symétriques par rapport au centre est toujours de 17 (soit la moitié de la constante 34). Dès lors, tout devient clair. On trace les deux diagonales du damier. Laissant en place les nombres situés dans les cases traversées par ces diagonales, on opère la « mutation » de tous les autres nombres en remplaçant chacun par son complément à 17. Ainsi 2 est remplacé par 15, 3 par 14, et ainsi de suite jusqu'à 15 remplacé par 2. Le carré finalement obtenu est magique (mais non diabolique). Si vous le tracez, vous

constaterez que c'est le carré traditionnel d'Agrippa, à ceci près que la gauche est devenue la droite, et *vice versa*.

Au début du siècle, W.S. Andrews a décrit un procédé graphique de construction des carrés magiques de dimension paire ; ce procédé fait un usage systématique de l'association de nombres en paires complémentaires. Comme le montre la figure donnée ici, on range les nombres en deux colonnes, descendant d'abord de 1 à la moitié de N fois N , puis remontant de la moitié de N fois N , plus 1, jusqu'à N fois N . La figure est tracée dans le cas simple de la dimension Quatre, mais on a des figures analogues pour toute autre dimension paire. Les lignes (et colonnes) d'un arrangement en carré magique correspondent à des tracés réguliers reliant quatre des nombres des deux colonnes, avec toujours autant de nombres de la première colonne que de nombres de la seconde. Je renvoie le lecteur qui voudrait plus de détails à l'ouvrage (réimprimé) de W.S. Andrews.



W.S. Andrews a proposé ce procédé graphique pour construire le carré magique traditionnel de Quatre et, plus généralement, les carrés pairement pairs.

La mutation se généralise aisément aux carrés de dimension supérieure (8, 12, etc.) pour lesquels les observations précédentes sur les sommes de deux lignes (ou colonnes) symétriques, ainsi que sur les sommes de nombres symétriques par rapport au centre restent valables. Comme la mutation ne doit porter que sur la moitié des nombres seulement, on trace pour la dimension Huit, et les dimensions supérieures, outre les deux diagonales principales, des diagonales brisées supplémentaires. Ces dernières ne sont autres que les diagonales principales des carrés de dimension Quatre en lesquels on peut décomposer le grand damier. Comme précédemment, on laisse inchangés tous les nombres situés dans des cases traversées par les diagonales et on fait la « mutation » des autres nombres. Chacun de ces derniers est remplacé par son complément à 64 (damier de dimension Huit), à 144 (damier de dimension Douze), etc. Ici aussi, si vous tracez effectivement le carré de dimension Huit (ce qui ne prend guère plus d'une minute), vous constaterez que le carré magique obtenu est celui d'Agrippa, à l'effet de miroir près, ce qui n'a pas grande importance pour la magie.

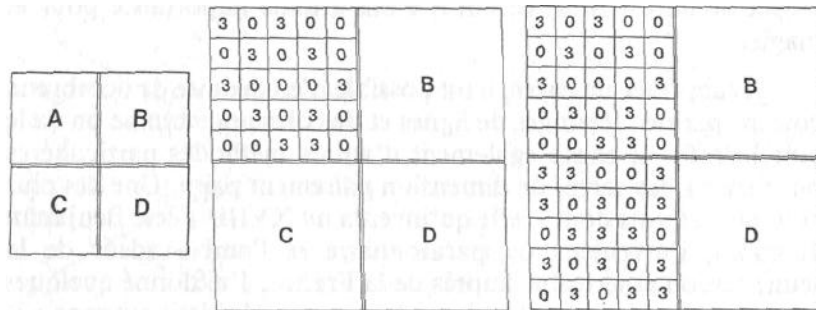
Ayant tracé un carré, il est possible d'en déduire de nombreux cousins par des échanges de lignes et de colonnes, comme on va le voir bientôt. Il existe également d'autres méthodes particulières pour tracer des carrés de dimension pairement paire. Une des plus connues est sans doute celle qu'inventa au XVIII^e siècle Benjamin Franklin, l'inventeur du paratonnerre et l'ambassadeur de la jeune nation américaine auprès de la France. J'ai donné quelques renseignements sur sa technique dans mon précédent ouvrage ; je ne pense pas nécessaire de redonner ici sa méthode. C'est d'autant moins nécessaire qu'il existe une méthode de construction très générale, valable pour tous les carrés de dimension paire, que cette dimension soit impairement paire ou pairement paire.

4. Miroirs en pair-impair

La méthode en question a été inventée par Ralph Strachey et je vais la décrire sous la forme élégante que lui ont donnée William H. Benson et Oswald Jacoby. La dimension N d'un damier

impairément paire est divisible une fois, et une fois seulement, par 2. Elle est donc de la forme $2 \times (2n + 1)$, avec n nombre entier. En effet, $2n + 1$ est bien toujours un nombre impair. La correspondance entre les nombres entiers N et n est facile à établir : à la suite des impairement pairs 6, 10, 14, 18, 22, etc., correspond la suite des entiers 1, 2, 3, 4, 5, etc.

Comme l'indique la figure donnée ici, commençons par diviser le damier de dimension N en quatre damiers plus petits, tous égaux entre eux. C'est toujours possible, puisque la dimension N est divisible une fois par deux. La dimension $N/2$ de ces sous-damiers est bien sûr impaire. Sur ma figure, j'ai repéré par les lettres A, B, C et D ces quatre sous-damiers. A est en haut gauche. Son symétrique vers le bas est C et son symétrique vers la droite B. Quant à D, c'est le symétrique de A par rapport au centre du damier initial. Rappelez-vous que les symétries géométriques jouent un rôle important dans la construction des carrés magiques de dimension paire.



Construction des carrés de dimension impairement paire (ici, Dix). *Au milieu*, remplissage du premier quart du carré auxiliaire. *A droite*, remplissage « en miroir » du quart inférieur du carré auxiliaire.

J'ai choisi pour mon exemple la dimension Dix ; une dimension plus grande aurait inutilement agrandi la figure, la rendant donc moins lisible. La dimension Six est, comme il se doit, un peu à part et mal représentative de la méthode, mais je vous rassure : vous pourrez très bien construire des carrés magiques de dimension Six en suivant la marche expliquée ici ; elle est absolument générale.

La première chose à faire est de remplir le sous-damier A. Comme vous le voyez, ses cases contiennent soit 3, soit 0. Il y a n (et ici $n = 2$) nombres 3 par ligne, et vous pouvez placer les deux nombres 3 de chaque ligne absolument à votre gré, à la seule condition qu'il y ait au total $n + 1$ (ici trois) nombres 3 dans la diagonale haut gauche bas droite du sous-damier ; cette diagonale prolongée est, on le voit, une des diagonales principales du damier initial de dimension 10.

Une fois rempli le sous-damier A (et on imagine qu'il y a de nombreuses façons différentes de le remplir), on s'attaque au remplissage du sous-damier symétrique C. Lui aussi porte des 0 et des 3 mais, cette fois, vous n'avez plus le droit de les placer à votre guise. Il faut placer ces nombres de telle façon que le sous-damier C soit le miroir du sous-damier A par rapport à la ligne qui fait frontière entre eux. En d'autres termes, la dernière ligne du sous-damier C est remplie par comparaison avec la première ligne du sous-damier A. Si une case de la première ligne de A contient un 3, on met un 0 dans la case correspondante de la dernière ligne du sous-damier C. Et *vice versa* pour 0 et 3. Puis l'on continue en remplissant l'avant-dernière ligne du sous-damier C par comparaison avec la seconde ligne du sous-damier A. Et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait totalement rempli le sous-damier C.

Comme toujours, il est plus rapide de faire les choses que de les décrire en détail, tout au moins quand on a pris l'habitude de la mutation des 3 en 0 et des 0 en 3. La figure donnée ici est là pour vous aider, si besoin était, à mieux saisir le comment de la mutation. Vous voyez qu'à l'issue du travail d'écriture, les cinq sommes en colonnes sont toutes égales à 15, ce qui était le but recherché : la magie arithmétique commence à se construire. Il reste à faire de même pour les autres colonnes et pour les lignes.

Le sous-damier B (en haut droit) est rempli comme on a rempli le sous-damier A, à ceci près qu'on utilise les nombres 1 et 2 au lieu des nombres 0 et 3. Inscrivez dans chaque ligne $n + 2$ fois (donc ici $2 + 2$, soit 4 fois) le nombre 2. Vous pouvez choisir à votre guise les cases dans lesquelles vous inscrivez des 2, à la seule condition qu'il y ait exactement $n + 2$ fois le nombre 2 dans les

cases situées sur la diagonale haut droit bas gauche du sous-damier B ; cette diagonale prolongée est, comme précédemment, une des diagonales principales du damier initial de dimension 10. Une fois placés les 2, on place des 1 dans les cases qui sont restées vides. Ouf ! c'est presque fini !

Il ne reste plus en effet qu'à remplir en miroir le sous-damier D, ce qui se fait de la même manière que le remplissage de C à partir de A. La dernière ligne de D est remplie par comparaison avec la première ligne de B, en plaçant dans les cases de cette ligne le nombre 2 là où la ligne de B portait un 1, et *vice versa*. On continue jusqu'à ce que D soit totalement rempli, et donc aussi la totalité du damier initial. Cela fait, on multiplie tous les nombres 1, 2 et 3 par le quart du carré de la dimension N, donc ici par 25. Les 0 restent bien sûr des 0. Le résultat final est le tableau de nombres donné en partie gauche de la figure tracée ci-après. Vous pouvez vérifier que toutes les sommes en lignes, colonnes et diagonales sont égales à 375. Au terme du processus de remplissage que je viens de décrire, on a construit un carré magique de dimension 10. Ce carré n'est pas « normal », en ce sens que les nombres qui le composent ne se suivent pas dans l'ordre naturel des entiers : 1, 2, 3, etc.

75	0	75	0	0	50	25	50	50	50	95	8	96	14	2	70	33	71	64	52
0	75	0	75	0	50	50	50	50	25	11	79	17	85	23	61	54	67	60	48
75	0	0	0	75	25	50	50	50	50	82	25	13	1	94	32	75	63	51	69
0	75	0	75	0	50	25	50	50	50	3	91	9	97	15	53	41	59	72	65
0	0	75	75	0	50	50	50	25	50	24	12	80	93	6	74	62	55	43	56
75	75	0	0	75	25	25	25	50	25	99	87	5	18	81	49	37	30	68	31
75	0	75	0	75	25	50	25	25	25	78	16	84	22	90	28	66	34	47	40
0	75	75	75	0	50	25	25	25	25	7	100	88	76	19	57	50	38	26	44
75	0	75	0	75	25	25	25	25	50	86	4	92	10	98	36	29	42	35	73
0	75	0	75	75	25	50	25	25	25	20	83	21	89	77	45	58	46	39	27

Construction des carrés de dimension impairement paire (ici, Dix).

A gauche : carré auxiliaire magique, mais non normal.

A droite : carré final obtenu par somme du carré auxiliaire et d'un carré magique de dimension Cinq (ici, le carré traditionnel d'Agrippa).

Rien de plus facile que de transformer ce carré non normal en véritable carré magique, au sens usuel du mot. Il suffit de superposer sur les sous-damiers un carré magique, normal celui-là, de dimension Cinq. Ce carré est à construire par exemple à l'aide d'un des cheminements que l'on a étudié plus haut. Sur les sous-damiers A et B, c'est ce carré que Ton superpose, tandis que c'est l'image en miroir dudit carré de dimension Cinq que l'on superpose aux sous-damiers C et D. Par image en miroir, entendez que la première ligne d'un carré devient la dernière ligne du carré miroir ; puis que la seconde ligne devient l'avant-dernière ligne du miroir, et ainsi de suite.

Il ne reste plus qu'à faire la somme des deux nombres que contient désormais chaque case. Puis on inscrit dans les cases ces sommes : le résultat final est le carré magique (normal, lui) cherché. En effet, magie plus magie égale magie. Cette règle est si importante qu'on y reviendra dans le prochain chapitre.

Comme on a pu remplir un peu à sa guise le sous-damier A, comme on a pu faire de même pour le sous-damier C, et comme il existe de très nombreux carrés magiques de dimension Cinq (vous vous rappelez : 275 305 224), le nombre de carrés magiques de dimension Dix que l'on peut construire est gigantesque et défie presque l'imagination. Même en se limitant aux carrés diaboliques de dimension Cinq (3 600 au total), la famille dimension Dix reste plus qu'impressionnante.

En dépit de son apparente complication, la méthode de Strachey se révèle d'autant plus intéressante à connaître et à maîtriser, qu'elle permet de construire aussi bien des carrés magiques de dimension pairement paire que de dimension impairement paire. On vient de voir comment procéder dans ce dernier cas. Voyons comment faire lorsque la dimension est pairement paire (c'est-à-dire est de 4, 8, 12, etc.). Vous savez déjà construire de tels carrés par la mutation hors des diagonales. La méthode de Strachey présente l'avantage de permettre la construction d'un grand nombre de carrés, tous différents. La figure ci-dessous présente un exemple concret de dimension Huit.

La dimension N étant pairement paire est de la forme $N - 4n$, avec n entier. A la série des nombres entiers successifs 1, 2, 3, 4,

0	3	0	3	1	2	1	2
0	3	3	0	2	2	1	1
0	0	3	3	1	1	2	2
3	3	0	0	2	1	2	1
C				D			

+

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

↓

16	51	2	61	32	35	18	45
5	58	59	8	37	42	27	24
9	6	55	60	25	22	39	44
52	63	14	1	36	31	46	17
4	15	62	49	20	47	30	33
57	54	7	12	41	38	23	28
5	10	11	56	21	26	43	40
64	3	50	13	48	19	34	29

Construction de carrés magiques paire-ment pairs par la méthode du carré auxiliaire ; un exemple pour la dimension Huit.

etc., correspond la série des dimensions pairement paires 4, 8, 12, 16, etc. Comme le montre la figure, on commence toujours par découper le damier initial en quatre sous-damiers de dimension moitié. Le sous-damier A est rempli de 0 et de 3 selon les règles suivantes : chaque ligne comporte n (ici : 2) nombres 0 et n nombres 3 (que, comme précédemment, vous placez entièrement à votre guise), la diagonale comportant elle aussi n nombres 0 et n nombres 3. De même pour le sous-damier B, rempli, lui, avec des 1 et des 2. Notez bien les différences de règles de remplissage entre le pairement pair et l'impairement pair. La suite est identique, qu'il s'agisse des remplissages « en miroir » des sous-damiers C et D, de la multiplication par le quart du carré de N des nombres 1, 2 et 3, et finalement de la superposition d'un carré magique de dimension quatre sur les sous-damiers A et B, de son miroir sur les

sous-damiers C et D. Dans le cas de l'exemple figuré ici, j'ai choisi le carré de Quatre de Durer, en un hommage bien naturel. J'aurais pu choisir l'un quelconque des 880 carrés magiques de dimension Quatre, le grand carré de dimension Huit obtenu aurait été tout aussi magique.

Bien que le nombre de carrés magiques que Ton peut construire par cette méthode soit très grand, il reste loin d'atteindre la totalité des carrés existants. Et pourtant, je ne risque pas grand-chose à parier ce que l'on voudra que vous n'épuiserez pas, à la main, le cas le plus simple, celui de la dimension Huit. Même en s'aidant d'un ordinateur, il faudra du temps. Et surtout, le volume de papier imprimé sera tel qu'il exigera une bibliothèque de bonnes dimensions pour le contenir ! La fécondité de ces structures pourtant simples que sont les carrés magiques défie vraiment l'imagination la plus imaginative !

5. Cousinages par permutation

Lorsqu'on a su construire un carré magique, il est très facile d'en déduire une foule de cousins : il suffit de quelques permutations de lignes et de colonnes pour réaliser la chose. Lorsque le carré magique initial est diabolique, c'est encore plus simple. On le coupe en deux, soit verticalement, soit horizontalement, puis on échange deux morceaux. Que ceux-ci soient égaux entre eux ou inégaux n'a aucune importance sur le résultat : le carré reconstitué reste magique, et même diabolique.

Lorsque le carré est simplement magique, il faut prendre quelques précautions pour que la magie des diagonales reste assurée. Comme le montre la figure donnée ici, il faut que l'échange porte simultanément sur une paire de lignes et une paire de colonnes symétriques par rapport au centre du damier. Le résultat reste magique. Bien évidemment, plus le carré initial est de grande dimension, plus la famille de cousins que l'on peut créer par ce procédé est nombreuse.

On peut effectuer plusieurs mutations successives ; on obtiendra à chaque étape un carré magique nouveau. On peut faire des

sortes de retour en arrière sans que le résultat cesse d'être nouveau. Je m'explique sur l'exemple donné ici. Une fois effectuée la permutation indiquée sur la figure : seconde colonne changeant de place avec l'avant-dernière et *vice versa*, seconde ligne changeant de place avec l'avant-dernière et *vice versa* (l'ordre de ces deux permutations n'ayant aucune influence sur le résultat), on peut permutation première et dernière colonnes d'une part, première et dernière lignes d'autre part. Le carré résultat est différent des deux précédents. Opérons alors une permutation identique à la première : seconde colonne s'échangeant avec l'avant-dernière et seconde ligne s'échangeant avec l'avant-dernière (et toujours *vice versa*). On pourrait être tenté de croire qu'on est ainsi revenu à l'arrangement initial. Il n'en est rien : le carré résultat est différent des trois précédents.

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

En échangeant deux colonnes et deux lignes (symétriquement placées par rapport au centre) d'un carré magique, on obtient un nouveau carré magique, cousin en quelque sorte du carré initial.

On peut continuer ce petit jeu. Évidemment, il va venir un moment où les permutations successives se boucleront sur elles-mêmes. Quelle est la durée du cycle de bouclage ? Le cas de la dimension Trois n'est pas à prendre en considération puisque la seule permutation possible redonne immédiatement le carré magique de Trois (qui est unique, rappelons-le) à une rotation près d'un demi-tour. Quand la dimension du carré initial est de Quatre, la boucle se ferme en un cycle de deux permutations successives.

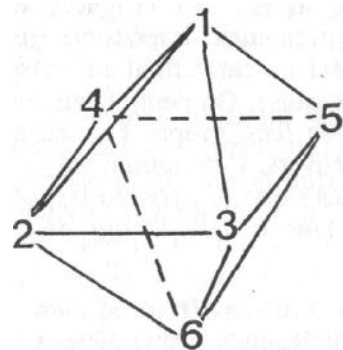
Les choses commencent à devenir intéressantes à partir de la dimension Cinq : il faut quatre permutations alternées (maximale, minimale) pour retrouver le carré initial. Plus exactement, une image en miroir de ce carré. Le cycle est de même longueur en dimension Six, à ceci près qu'on aboutit au carré initial lui-même.

On peut corser les permutations dès la dimension Six puisqu'il y a, non plus deux, mais trois manières d'opérer l'échange. *A fortiori* pour les dimensions supérieures. J'avoue n'avoir pas fait tous les calculs qui permettraient de vous renseigner sur l'allongement des cycles ; très vite, l'enchevêtrement devient presque inextricable et il faut l'aide d'un ordinateur pour démêler les fils de l'écheveau. Je ferai seulement remarquer un point, qui me semble résumer la philosophie des permutations.

Construisez, par exemple par la méthode de Strachey, un carré magique de dimension Huit. Comme je l'indique en annexe IV, vous avez le choix entre plus de 200 millions de carrés possibles, tous différents l'un de l'autre (et pourtant, la méthode de Strachey ne s'applique qu'à une famille limitée (!!!) au sein de l'immense tribu des carrés de dimension Huit). Maintenant effectuez quelques permutations, changeant à chaque étape, à votre gré, les numéros des colonnes et lignes échangées. Comme il y a quatre possibilités différentes d'échange, cela correspond à d'innombrables séquences de permutations, séquences toutes différentes l'une de l'autre. Arrêtez-vous au bout de quelques étapes : le carré magique que vous venez d'obtenir a été, c'est certain, déduit du carré initialement construit. Mais peut-on dire qu'il y a relation de cause à effet entre ces deux carrés ? Si l'on ignore le détail des étapes parcourues, il est pratiquement impossible (je devrais souligner *impossible*) de remonter du carré final au carré initial, en d'autres termes de l'effet à la cause. On peut cheminer dans le sens cause vers effet, mais non en sens inverse. La flèche du temps ne se laisse pas remonter à l'envers. Cette unidirectionnalité est très caractéristique de toutes les situations complexes, et quelle situation n'est pas complexe dans le monde qui nous entoure ?

Tous les modèles analogiques du complexe offrent le même comportement. Je me bornerai à citer le Rubik's Cube, bien que

cet objet ne jouisse plus de l'engouement des années passées. Partant du cube bien ordonné, avec ses six faces de couleurs uniformes, il suffit de quelques mouvements pour aboutir à un désordre presque total. Là aussi, il est absolument impossible de faire rigoureusement marche arrière, en déduisant par causalité la suite inverse de mouvements à faire pour remonter le cube, comme on Ta « démonté ». Il faudrait être « Dieu » pour cela ! Il en va de même dans l'univers des carrés magiques. Une fois de plus, on touche du doigt leur sens profond de riches modèles analogiques de la complexité inhérente aux choses. Sauf, bien sûr, à mutiler ces choses en les simplifiant pour qu'elles rentrent dans le moule des propositions simples, ou plutôt simplement compliquées.



Octaèdre magique de constante 14.

CHAPITRE V

Cent mille milliards de carrés

1. Magie plus magie donne magie

Confronté à un problème difficile, il est rarement payant de vouloir le résoudre en donnant l'assaut général ; il en résulte toujours la plus complète des déroutes, à moins d'un miracle ! Mais les miracles sont, par définition, fort rares ! Il est beaucoup plus payant, une fois le problème soigneusement étudié, de chercher à le décomposer en petits sous-problèmes. Résolvant ces derniers l'un après l'autre, on construit petit à petit une solution valable au problème posé. Dans le cas qui nous occupe ici, celui des carrés magiques, ce serait donc folie que de chercher, dans une géniale intuition transcendantale, l'arrangement d'ensemble qui transformerait un tas hétéroclite de nombres en parfait carré magique. Il serait encore plus illusoire de s'en remettre au « hasard » pour trouver, par chance, le « bon » arrangement. Le miracle n'est pas une voie sur laquelle compter !

Les méthodes décrites au chapitre précédent montrent qu'il est effectivement possible de résoudre le problème de la construction systématique d'un carré magique en morcelant ce problème, parfois case par case, comme avec la méthode de cheminement et de saut (décrite pour les dimensions impaires). La méthode Strachey pour les dimensions paires (pairement paires et impairement paires) se révèle fort instructive, avec son recours à des sous-damiers auxiliaires aisés à construire l'un après l'autre, avec également sa phase finale d'additions de carrés magiques, un grand non-normal, quatre de dimension moitié, normaux eux.

Qui eut le premier l'intuition de cette proposition : *magie plus magie donne magie* ? Il se pourrait bien que ce soit Philippe de La Hire qui, dans *les Mémoires de l'Académie des Sciences* pour l'année 1705, fit imprimer une étude sur de *Nouvelles Constructions et considérations sur les carrés magiques avec les démonstrations*. Cinq ans plus tard, Joseph Sauveur exposait, dans la même publication savante, une *Construction générale des carrés magiques*, fort obscure d'ailleurs et qui a terriblement vieilli, tout comme l'étude de La Hire. Mais c'est B. Violle, géomètre et chevalier de Saint-Louis (si l'on en croit ses propres dires) qui a vulgarisé la chose dans ses deux volumes précédemment cités : *Traité complet des carrés magiques pairs et impairs, simples et composés, etc.* (Paris et Dijon, 1837). Comme le montre la figure reproduite ici, notre géomètre utilise systématiquement l'addition de deux carrés (qu'il appelle tableaux) magiques, mais non normaux. A dire vrai, j'ai, dans la figure donnée ici, suivi plus l'esprit de la méthode de Violle que sa lettre. Cet auteur n'utilise pas de structures abstraites écrites en lettres pour les rendre très générales. Il emploie uniquement des nombres entiers, ce qui l'oblige à donner de très nombreux exemples particuliers de « tableaux ».

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	b	c	d	e
d	e	a	b	c
b	c	d	e	a
e	a	b	c	d
c	d	e	a	b

A,a	B,b	C,c	D,d	E,e
C,d	D,e	E,a	A,b	B,c
E,b	A,c	B,d	C,e	D,a
B,e	C,a	D,b	E,c	A,d
D,c	E,d	A,e	B,a	C,b

Magie plus magie donne magie : construction de carrés de dimension impaire par la méthode de B. Violle (1837).

B. Violle désigne par « racine » la dimension N du damier à transformer en carré magique. Il appelle *nombre simple de la racine* la suite des entiers naturels 1, 2, 3..., N allant donc de l'unité jusqu'à ladite « racine ». Il définit alors (p. 22) sa méthode : « Si l'on forme deux tableaux tels que l'un ne comprenne que les nombres simples de la racine, et que l'autre contienne les multiples de la racine, en y comprenant 0 pour un de

ces multiples, il est clair que l'on aura tous les nombres de la progression (de 1 à N fois N) sans qu'aucun soit répété, pourvu que chaque multiple réponde aux nombres de la racine. Si le premier tableau est de plus formé de manière que la somme de chaque ligne fût égale à celle des nombres de la racine, et le second de telle sorte que chaque ligne comprît une somme égale à celle de tous les multiples, on aurait, en ajoutant par ordre les nombres de chaque tableau, non seulement tous ceux de la progression, mais encore dans chaque bande du carré une même somme, ce qui est la condition des carrés magiques. »

Voilà qui est fort clair : *magie plus magie égale magie*. Reste à disposer les « nombres simples de la racine » (c'est-à-dire 1, 2, 3, N-1, N) et les « multiples de la racine » (c'est-à-dire 0, N, 2N, (N-2) fois N, (N-1) fois N) de telle façon que les tableaux soient magiques, non seulement en lignes mais aussi en colonnes et en diagonales. Ceux d'entre vous qui connaissent, ou à tout le moins ont entendu parler, de la représentation des nombres avec une base de numération différente de 10, auront compris que B. Violle met en œuvre, sans le savoir, une numération en base N, naturelle pour écrire les nombres du carré magique de dimension N avec seulement deux symboles. L'un de ses tableaux, celui des « nombres simples de la racine », est celui des unités en base N. L'autre tableau, celui des « multiples de la racine », est celui des « dizaines », toujours en base N. Je n'insisterai pas ici sur ces problèmes de base, ayant promis de ne pas faire de mathématiques (encore que ma dernière fille ait, dès la maternelle, été familiarisée avec ces histoires de bases de numération différentes de 10). La théorie moderne des carrés magiques utilise en permanence cette représentation des nombres du carré de dimension N en numération de base N. Cela simplifie l'écriture. Mais on peut très bien remplir, comme B. Violle, le tableau des « multiples de la racine » avec, par exemple, les nombres 0, 7, 14, 21, 28, 35 et 42 si l'on veut construire des carrés magiques de dimension Sept, ou encore avec les nombres 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 et 110 si les carrés à construire sont de dimension Onze.

Pour écrire la première ligne du premier tableau, on « y fait entrer tous les nombres de la racine, c'est-à-dire depuis l'unité

jusqu'au nombre qui est la racine donnée, dans l'ordre que l'on voudra ». On opère de même pour la première ligne du second tableau, à ceci près qu'on y inscrit les multiples de la racine, ou dimension N du carré à construire. Cela veut dire que vous pouvez affecter aux lettres majuscules de ma figure les valeurs 0, 5, 10, 15 et 20 absolument à votre guise, à la seule condition que chacun de ces multiples de 5 (dimension prise en exemple) soit affecté une fois et une fois seulement. De même pour l'affectation aux lettres minuscules des valeurs 1, 2, 3, 4 et 5.

Comment écrire les autres lignes des deux tableaux, de telle sorte que les carrés ainsi construits soient magiques (et non normaux) ? B. Violle propose de toujours conserver l'ordre pris en première ligne, avec un décalage de ligne à ligne, ce décalage étant constant d'une ligne à la suivante. Dans l'exemple donné ici, vous voyez que le décalage est de deux pour le tableau des majuscules : en première ligne, l'ordre naturel A, B, C, D, E ; en seconde ligne : C, D, E, A, B, donc décalage de deux lettres, avec retour à la lettre initiale A quand on a épuisé la liste en arrivant à E ; en troisième ligne, à nouveau décalage de deux lettres : on commence par E puis on revient à A, B, etc. Et ainsi de suite jusqu'à la dernière ligne.

On a fait de même pour le tableau de lettres minuscules, à ceci près que le décalage est de trois lettres, au lieu de deux. Pourquoi cette différence ? B. Violle a formulé la règle : « *Lorsque la deuxième ligne du premier tableau a commencé par un nombre de la première d'un ordre quelconque, la seconde ligne du second tableau ne peut commencer par un nombre du même ordre, car alors il y aurait des nombres répétés dans le carré, lequel ne comprendrait plus tous les nombres qui doivent le composer.* »

En somme, sans doute sans le savoir, tout comme le Monsieur Jourdain de Molière, notre géomètre amateur de carrés magiques a construit deux carrés « latins » (ses « tableaux ») et il a formulé la condition pour que ces carrés latins soient « orthogonaux » afin que leur somme fournisse un carré « gréco-latin ». Et les carrés de dimension paire ? Eh bien, Violle les construit par cette même technique d'addition de deux tableaux « latins », à ceci près qu'il écrit les lignes successives, non plus par décalage

régulier de ligne à ligne, mais par des effets de complémentation et de miroir ! En somme, il préfigure la méthode Strachey décrite au précédent chapitre.

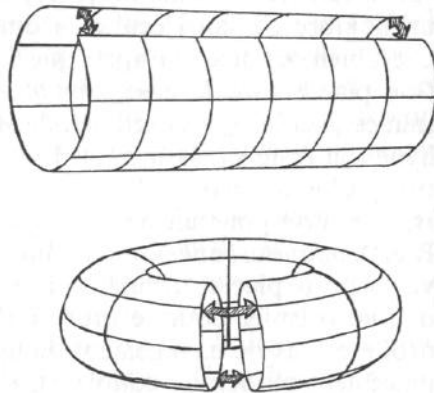
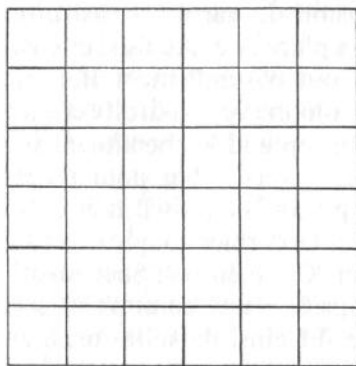
2. Chemins cycliques universels

Revenons au cas des carrés de dimension impaire. Examinant la figure donnée ci-dessus pour le cas particulier d'une dimension Cinq, il n'est pas difficile de l'étudier en termes de cheminement et de saut. Comment ? Tout naturellement, on va prendre comme point de départ du chemin la case contenant le couple A,a (celle du coin gauche haut). Les couples suivants : A,b puis A,c puis A,d et enfin A,e se placent à l'aide du cheminement suivant : à chaque pas, trois colonnes vers la droite et une ligne vers le bas. Vous pouvez le vérifier. Comme toujours, il y a problème quand on a fait un nombre de sauts égal à la dimension du carré à construire. C'est bien ce qui arrive après que l'on a placé A,e. Au fait, que va-t-on placer dans la case suivante ? Tout naturellement B,a. Le saut est, sur la figure exemple, de une colonne vers la droite et zéro ligne (on reste sur la même). Puis Ton reprend le cheminement : trois colonnes vers la droite et une ligne vers le bas pour placer B,b ; et l'on poursuit de même pour placer B,c puis B,d et enfin B,e. A nouveau, une impossibilité après ce dernier couple quand il va s'agir de placer, devinez quoi ? mais C,a bien sûr. Saut identique au premier pour se tirer de l'impasse : une colonne vers la droite et pas de changement de ligne. Et ainsi de suite jusqu'au placement du dernier couple : E,e.

Cheminement et saut sont tels que le carré obtenu est bien magique. Il est même diabolique ; les relations données en annexe II permettent de vérifier la chose. On aurait pu faire choix d'autres décalages de ligne à ligne en construisant les deux tableaux de B. Violle. Le respect des conditions posées par ce dernier se révèle totalement équivalent au respect des valeurs de cheminement et de saut assurant magie et diabolisme. La méthode des tableaux de B. Violle se relie intimement aux cheminements de De La Loubère tout comme elle se liait aux structures eulériennes. Au fond, il y a là plusieurs façons de décrire une méthode qui se révèle quasi universelle : les cheminements cycliques. « *Admi-*

râbles transpositions de nombres en progressions régulières », s'était exclamé Michel Stifel, trois siècles avant le travail de synthèse de B. Violle.

A première vue, le cheminement de case en case du carré s'arrête lorsque Ton a placé le dernier nombre (de valeur égale à la dimension N du damier multipliée par elle-même). En fait, le cycle se referme alors sur lui-même : le saut après cette case ramène en effet au point de départ, comme il est facile de le vérifier soit sur la figure donnée ici, soit sur d'autres, similaires, données plus haut. Le monde apparemment fini et limité du damier support d'un carré magique est en réalité illimité, bien qu'il soit évidemment toujours fini. On peut visualiser géométriquement la chose comme le montre la figure donnée ici.



En repliant un carré sur lui-même, puis en refermant sur lui-même le cylindre obtenu, on transforme la surface finie et limitée du carré en la surface finie, mais illimitée, du tore.

Refermons d'abord le damier sur lui-même, en amenant le bas après la dernière ligne en contact avec le haut avant la première ligne ; c'est bien ce que je vous ai appris à faire quand, par le cheminement ou le saut, on venait à sortir du damier, soit par le bas, soit par le haut. Le plan limité du damier se transforme ainsi en un cylindre, de longueur égale à celle du damier, mais où deux des lignes frontières se sont volatilisées. Il ne reste plus qu'à refer-

mer ce cylindre sur lui-même en amenant ses deux cercles d'extrémité à se confondre. L'anneau obtenu (en langage plus géométrique : le tore) est bien à la fois fini et illimité. Le déplacement de case à case soit par cheminement, soit par saut, a toujours lieu sans qu'on sorte jamais du tore à la surface duquel les cycles se déroulent à l'infini.

Sur l'univers fini et illimité qu'est le tore (strictement équivalent au damier refermé sur lui-même), le cheminement régulier qui place une séquence de nombres est ce qu'on pourrait appeler une « ligne d'univers ». Les diverses lignes d'univers portent chacune une des N séquences de nombres dont l'arrangement harmonieusement ordonné constitue le carré magique. Elles restent totalement séparées l'une de l'autre, sans possibilité de mélange. C'est pourquoi il faut, de temps en temps et au bon moment, faire le saut brutal dont la discontinuité permet, seule, la poursuite du processus régulier de placement.

3. Diabolisme et multimagie

Les carrés magiques diaboliques constituent des familles fort intéressantes. La figure donnée ici rappelle ce qu'est cette propriété. Les sommes de nombres selon les diagonales brisées sont toutes égales à la constante du carré (valeur de somme en ligne ou colonne). Si l'on découpe de n'importe quelle façon un carré diabolique en deux rectangles, puis que l'on permute ces rectangles pour reformer un carré, ce dernier reste diaboliquement magique.

20	8	21	14	2
11	4	17	10	23
7	25	13	1	19
3	16	9	22	15
24	12	5	18	6

Toutes les diagonales brisées de ce carré sont magiques, car ce carré est « diabolique ».

Le qualificatif imagé de « diabolique » fut proposé par Edouard Lucas dans les années 1880. D'autres préféraient *pandiagonal*, sans conteste plus descriptif. On dit souvent que la « panmagie » (encore un synonyme) aurait été inventée par La Hire (1705). Comme j'ai eu l'occasion de le rappeler, un des procédés enseignés des siècles plus tôt par le Byzantin Moschopoulos fournit spontanément des carrés diaboliques, en dimension impaire et La Hire avait, en 1691, retrouvé un manuscrit du petit traité du savant grec.

On a vu au fil des paragraphes précédents combien il est aisé de construire par un procédé de cheminement régulier et de sauts des structures abstraites susceptibles de générer des carrés magiques diaboliques. J'ai avancé le nombre de 3 600 carrés diaboliques de dimension Cinq. Dans le cas de la dimension Quatre, ce nombre est de 48 seulement (sur un total, rappelons-le, de 880 carrés de cette dimension). Pour la dimension Six, pas de diabolisme si le damier est « normal », comme d'ailleurs pour toutes les dimensions impairement paires. Je renvoie le lecteur curieux de démonstration à l'annexe V ; on y trouvera la preuve par le Pair et l'Impair de cette impossibilité, une preuve à la saveur toute pythagoricienne.

Il est assez facile d'établir une formule générale donnant le nombre de carrés magiques diaboliques de dimension à la fois impaire et première (comme sont les nombres 5, 7, 11, 13, etc.) que l'on peut générer par un procédé de cheminement cyclique. Ce nombre croît extrêmement vite avec la dimension, et cela pour plusieurs raisons. Considérez les deux tableaux de Violle. On peut tout d'abord choisir à sa guise l'arrangement des nombres en première ligne de chacun des deux tableaux. Résultat de processus combinatoires, le nombre de tels arrangements croît très vite avec la dimension N des tableaux. Comme les arrangements des « nombres de la racine » et des « multiples de la racine » (Ce reprends les termes de Violle) sont indépendants l'un de l'autre, il y a un effet multiplicatif qui augmente singulièrement les possibilités. N'oublions pas l'autre raison : le décalage cyclique de ligne à ligne peut, lui aussi, prendre plusieurs valeurs, d'autant plus de valeurs que la dimension N croît. Finalement, le cumul de tous ces

effets donne des résultats quasi fabuleux. Il n'y a pas moins de 38 102 400 carrés diaboliques de ce type de dimension Sept. A la dimension Onze, on a totalement perdu pied : plus de dix millions de milliards de carrés diaboliques de ce type ! Pour ceux qui aiment la précision, très exactement 11 153 456 455 680 000.

N'est-il pas extraordinaire que les arrangements de 121 nombres différents, pas plus, donnent naissance à une telle diversité ? Voilà qui confirme bien les carrés magiques dans leur aspect de modèles analogiques du complexe ! Et ce n'est pas tout, car on peut construire des carrés diaboliques par des méthodes qui ne sont plus cycliques. Le professeur américain Albert L. Candy a construit ce qu'il appelle des *diaboliques irréguliers*. Entendez par là que dans le tableau à la B. Violle des « nombres de la racine », écrits en lettres minuscules, chacune de ces lettres n'apparaît pas forcément le même nombre de fois. De tels carrés n'existent qu'à partir de la dimension Sept. A l'aide des deux structures abstraites élaborées par le professeur Candy (elles sont reproduites dans l'ouvrage de William H. Benson et Oswald Jacoby : *New récréations with magie squares*, 1976), on peut construire seize fois plus de diaboliques en dimension Sept, exactement 640 120 320 carrés ! Et l'on peut aller encore plus loin en étendant l'irrégularité aux « nombres multiples de la racine », aux majuscules dans les tableaux abstraits. Cette fois, la dimension minimale est de Treize et le nombre de carrés potentiels plus qu'astronomique. L'ouvrage de Benson et Jacoby contient une structure, genre gréco-latine, de ce type. Le nombre de carrés diaboliques irréguliers qu'elle permet de construire n'a pas été explicitement calculé, mais il est plus que certainement hors des limites de l'imaginable.

Quoique relativement rares (un peu plus de cinq pour cent des carrés de dimension Quatre, et un peu plus de un dixième de pour cent en dimension Cinq), les familles de diaboliques paraissent très bien fournies à côté d'autres familles, celles des multimagiques. Entendez par là des carrés magiques qui restent magiques lorsqu'on remplace les nombres entiers figurant dans leurs cases par les carrés de ces nombres (c'est la bimagic), par leurs cubes (c'est la trimagic) et ainsi de suite aussi loin qu'on veut. L'idée de construire de tels carrés est relativement récente. Le premier carré bimagique fut élaboré en 1890 par Pfeffermann, au prix d'un tra-

vail acharné de plusieurs mois. Les choses ont bien changé depuis. S'il n'est pas possible de construire un tel objet aussi vite que l'on construit un carré soit ordinaire, soit diabolique, il ne faut quand même pas beaucoup de temps. Mais cette fois, je déborderais par trop du cadre que je me suis imposé, et je pense aussi que peu de lecteurs sont réellement intéressés à la construction concrète de carrés multimagiques. Je me borne donc à renvoyer ceux qui voudraient pratiquer la chose à l'ouvrage, fort clair et sans mathématiques savantes, de Benson et Jacoby.

La bimagic fut particulièrement étudiée par Brutus Portier. Il avait appelé ces carrés des *sataniques* (par extension du diabolisme !). Dès 1891, il donnait aux *Tablettes du Chercheur un carré* magique de dimension Neuf qui est à la fois diabolique et bimagique. Eh oui ! il n'est pas interdit à un honorable carré de faire partie de ces deux familles à la fois. Ce carré est reproduit ici. La constante (somme en ligne ou colonne) est de 369 (soit 9×41). C'est, comme il se doit, le neuvième du triangulaire de 81 (9×9). Cette constante est, au fond, la seule chose qu'ont en commun le carré de la Lune d'Agrippa et le carré bimagique de Portier. En y regardant de plus près, on entrevoit autre chose : les nombres n'ont évidemment pas été placés au hasard par Brutus Portier. Le cheminement n'est pas aussi régulier que celui d'Agrippa. Pourtant, c'est souvent par un mouvement de six lignes vers le bas puis quatre colonnes vers la gauche qu'on va d'une case à la suivante.

16	5	21	55	80	69	49	38	36
42	28	53	9	22	11	75	70	59
65	63	76	32	48	43	26	15	1
35	51	37	20	18	4	68	57	79
58	74	72	52	41	30	10	8	24
3	25	14	78	64	62	45	31	47
81	67	56	39	34	50	6	19	17
23	12	7	71	60	73	29	54	40
46	44	33	13	2	27	61	77	66

Ce carré magique de dimension Neuf, construit en 1891 par B. Portier, est bimagique et diabolique au premier degré. En outre, les neuf petits carrés de dimension Trois en lesquels on le décompose sont eux aussi magiques.

La constante de bimagic (somme selon les lignes, colonnes ou diagonales des carrés des nombres situés dans les cases) est de 20 049, soit $3 \times 41 \times 163$; curieuse, n'est-ce pas, cette intervention du nombre 41 à la fois dans la constante de magie simple et dans la constante de bimagic. Cela montre simplement combien il est difficile de parler de hasard, ou de présence significative, dès que l'on compare des nombres apparemment sans lien l'un avec l'autre. Encore qu'il y ait un lien dans le cas du carré bimagique de Portier, mais, ô combien ténu !

La constante de magie, ou plutôt son tiers (soit 123) se rencontre un certain nombre de fois dans les neuf petits carrés de dimension Trois en lesquels on peut décomposer le grand carré dimension Neuf. Essayez par vous-même de voir où : en lignes, colonnes ou diagonales. Là aussi, ce n'est pas totalement l'effet du hasard. C'est le fruit subtil de l'harmonie générale qui gouverne l'arrangement bimagique des quatre-vingt-un premiers nombres entiers.

Poursuivons l'histoire des carrés multimagiques. C'est à Gaston Tarry (1843-1913) que l'on doit la généralisation de la multi-magic dans toute son ampleur. Il publia en 1907 un article sur *La Magie arithmétique dévoilée* dans lequel il annonçait un futur traité sur le sujet. Mais sa mort survint avant qu'il ait achevé son travail. Le peu qu'il en avait révélé permit toutefois au général E. Cazalas de tout reconstituer, en l'améliorant. L'ouvrage de ce dernier : *Carrés magiques au degré n ; séries numériques de G. Tarry* (1934), depuis longtemps épuisé, est malheureusement d'un abord mathématique assez rébarbatif pour le profane, ou quasi-profane. E. Cazalas emploie systématiquement la représentation en numération de base N des nombres à placer dans les cases d'un damier de dimension N. Je me dois de reconnaître ici ce que m'a apporté la très complète bibliographie (à jour jusqu'aux années 30) qui figure en annexe à son ouvrage.

E. Cazalas a publié sur une grande planche dépliant un carré trimagique de dimension Soixante-quatre (comprenant donc tous les entiers de 1 à 4 096 !) qu'il pensait être le plus petit des trimagiques que l'on peut construire. Il s'était trompé, mais pardonnons

à ce pionnier, car Benson et Jacoby ont su construire un carré de dimension Trente-deux qui est, lui, le plus petit trimagique possible. Leur méthode est simple et je renvoie à ce propos à leur excellent petit livre.

Côté bimagic, on a également progressé en construisant concrètement des carrés bimagiques de dimension Huit, la plus petite permettant la bimagic. Un carré est reproduit ici ; il est également diabolique. Bien entendu, il n'est pas seul de son espèce : sans être aussi nombreuse que la famille des carrés magiques diaboliques de dimension Huit, celle des bimagiques se montre bien fournie en individus par milliers.

31	10	40	49	62	43	5	20
57	48	2	23	28	13	35	54
14	27	53	36	47	58	24	1
44	61	19	6	9	32	50	39
3	22	60	45	34	55	25	16
37	52	30	11	8	17	63	42
18	7	41	64	51	38	12	29
56	33	15	26	21	4	46	59

Ce carré bimagique de dimension **Huit** est un des plus petits des carrés bimagiques possibles.

4. Dénombrements à la Frénicle

A première vue, on est tenté de croire que les innombrables, ou presque innombrables, carrés magiques qui constituent la grande tribu des carrés d'une dimension donnée sont des êtres totalement anonymes, noyés qu'ils sont dans la masse. Il n'en est rien ! Puisque chacun est différent de tous les autres, parfois de façon minime, mais différent quand même, il est possible de donner en quelque sorte un nom particulier à chacun d'eux, afin de le reconnaître parmi tous les autres. Tout naturellement ce nom sera

le plus souvent un numéro matricule, mais on pourrait tout aussi bien utiliser des lettres. Il est toutefois plus facile d'employer des matricules numériques, car comment construire des milliers et des millions de noms différents !

C'est B. Frénicle qui, au XVII^e siècle, eut le premier l'idée de ce genre de dénombrement. Son ouvrage : *Des quarrez magiques*, resta en manuscrit. Il ne fut publié qu'en 1693 par Philippe de La Hire, dans *les Mémoires de l'Académie des Sciences*, avec le sous-titre : *Table générale des quarrez magiques de quatre*. On y trouve pour la première fois les 880 carrés magiques différents de dimension Quatre. Leur dénombrement a souvent été repris, en particulier depuis que l'ordinateur a permis d'imprimer en quelques minutes ce qui avait demandé à Frénicle des mois de travail. Pour les curieux, je signale que ces 880 tableaux de seize nombres sont donnés dans l'ouvrage de Benson et Jacoby. Bien qu'imprimés en tout petits caractères, il leur a quand même fallu onze pages à peu près au format du présent ouvrage. On comprend que l'on n'ait jamais, du moins à ma connaissance, imprimé ce genre de dénombrement pour des dimensions Cinq et au-delà !

Ce qui rendait le travail de Frénicle difficile, c'est l'existence, à côté de tout carré magique, de sept frères jumeaux. Il ne faut compter que pour un seul ces huit carrés identiques à des effets de rotation ou de miroir près. Pour s'en sortir, Frénicle imagina de toujours orienter les tableaux qu'il construisait de telle sorte qu'on trouve dans le coin haut gauche le plus petit des quatre nombres figurant dans les coins du damier. Cela élimine les jumeaux par rotation. Tout naturellement, il commença par les carrés ayant 1 dans ce coin, et finit par ceux ayant 7. Le premier carré du dénombrement est donc celui ayant 1 puis 2 dans les deux premières cases de la première ligne. Les deux nombres suivants sont obligatoirement 15 et 16, pour assurer la magie en première ligne. Il n'y a que deux carrés de ce type possibles : l'un porte le nombre 12 en première case de la seconde ligne et l'autre le nombre 13. Si vous ne me croyez pas sur parole, essayez avec d'autres nombres. Mais je vous préviens que vous risquez fort, ce faisant, de perdre à jamais votre temps. B. Frénicle décida que le carré ayant en première ligne les nombres 1, 2, 15, 16 et commençant en seconde ligne par 12 aurait comme index, ou comme matricule, le nombre 1.

L'autre carré, celui commençant en seconde ligne par 13 reçut, lui, le matricule 2.

Le procédé d'indexation se généralise sans trop de difficultés. Pour éviter de prendre en compte deux fois deux jumeaux miroirs l'un de l'autre, après avoir orienté le carré étudié de telle sorte que son coin haut gauche porte le plus petit des quatre nombres de coin, on compare le second nombre S de la première ligne avec le premier nombre P de la seconde ligne. Si P est supérieur à S, on remplace le carré par son symétrique par rapport à la diagonale haut gauche bas droit. Sinon le carré est laissé inchangé. Comment classer l'un par rapport à l'autre deux carrés ayant les mêmes nombres dans le même ordre en première ligne ? On examine leurs secondes lignes. Si les nombres étaient à nouveau identiques, on examinerait les troisièmes lignes et, au besoin, les quatrièmes. Il arrivera obligatoirement des différences à l'une des lignes.

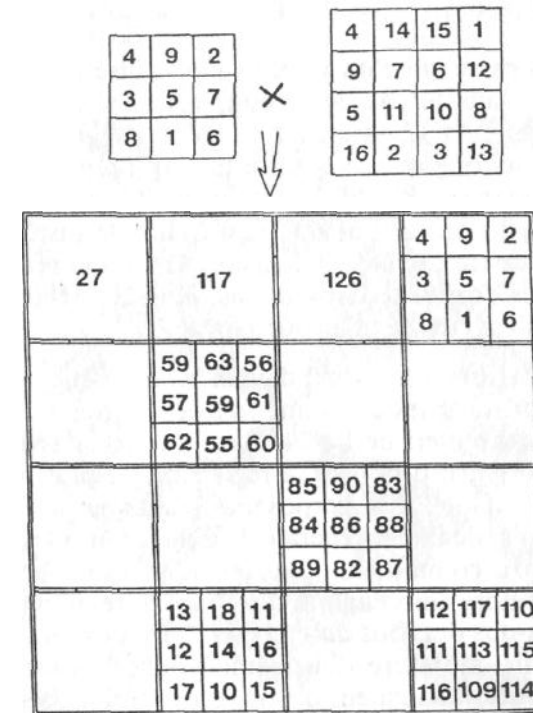
Comptant les rangs en colonne des cases où apparaissent la première différence, on donnera le plus petit matricule au carré pour lequel ce rang sera le plus petit. De proche en proche on arrive ainsi à ordonner tous les carrés les uns par rapport aux autres, ce qui permet de leur attribuer des matricules de 1 à 880. On appelle ces matricules index de Frénicle, en hommage à celui qui, le premier, osa dénombrer toute une tribu de carrés magiques : celle de dimension Quatre.

5. Multiplications magiques

Si magie plus magie égale magie, on peut également dire que magie fois magie égale magie. En d'autres termes, on peut multiplier un carré magique d'une certaine dimension N par un carré magique de dimension M, le résultat sera un carré magique de dimension M fois N. Ce procédé se montre des plus efficaces pour générer rapidement des carrés magiques de très grandes dimensions. Ainsi, multipliant un carré de dimension Cinq par un carré de dimension Sept (l'un et l'autre faciles à construire par la technique de cheminement et de saut), on obtient un carré de dimension Trente-cinq. Et bien sûr, rien n'interdit de recommencer, mais très

vite, les tableaux de nombres ne pourront plus être écrits, faute d'une feuille de papier assez grande.

Comme souvent en matière de carrés magiques, il faut plus de temps pour décrire un procédé qu'il ne faut de temps pour le mettre en pratique. La figure donnée ici montre comment procéder dans le cas le plus simple, celui de la multiplication d'un carré dimension Trois (ou plus exactement du carré dimension Trois, puisque celui-ci est unique de son espèce) par un carré dimension Quatre (celui d'Agrippa). Vous voyez que le grand damier de 12 fois 12 cases qu'il s'agit de remplir a été divisé en 16 (4x4) sous-damiers. De façon générale, on divise le damier à remplir, de dimension M x N, en M fois M sous-damiers ayant chacun N fois N cases.



La multiplication d'un carré magique de dimension N (ici, Trois) par un carré magique de dimension M (ici, Quatre), fournit un carré magique de dimension M x N (ici, Douze). Il est facile de compléter les cases vides.

Parallèlement, on transforme le carré de dimension Quatre (dans le cas général, de dimension M) en soustrayant l'unité à chacun des nombres qui le composent, puis en multipliant le résultat de chaque soustraction par 3×3 (de façon générale par N fois N). Les nombres ainsi obtenus sont reportés dans les sous-damiers homologues des cases individuelles du carré dimension Quatre (de façon générale, du carré dimension M). C'est bien ce qui a été fait pour l'exemple donné ici. Les quatre sous-damiers de la première ligne portent les nombres 27, 117, 126 (et 0 pour celui déjà totalement rempli, on verra un peu plus loin comment). Ces nombres sont bien égaux à $(4-1)$ fois $(3 \text{ fois } 3, \text{ soit } 9)$, à $(14-1)$ fois 9, à $(15-1)$ fois 9 et enfin à $(1-1)$ fois 9. Je vous laisse le soin de mettre dans les autres sous-damiers les nombres obtenus à partir de ceux figurant dans les cases du damier dimension Quatre.

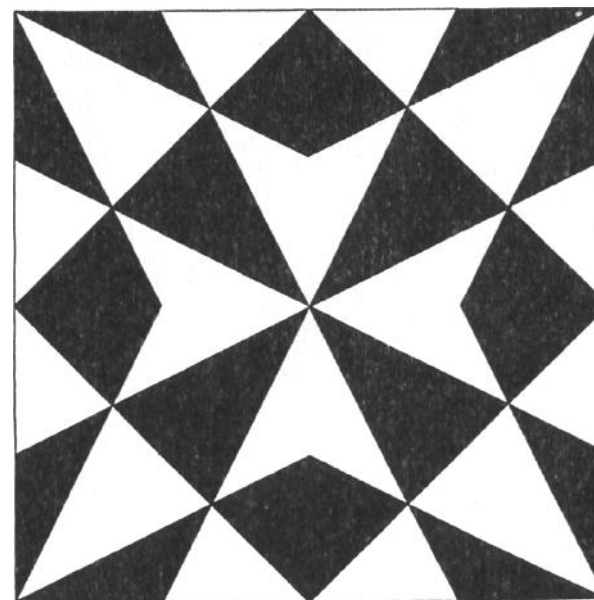
Le grand carré que l'on vient de construire est magique mais non normal. Dans le cas de l'exemple donné ici, sa constante (somme en lignes de 12 cases, ou en colonnes, ou en diagonales) est de 810, alors que la constante d'un carré magique normal de dimension Douze est de 870, le douzième du triangulaire de 144. De 810 à 870, il s'en faut de 60, c'est-à-dire de justement quatre fois la constante du carré de dimension Trois. On pourrait facilement écrire les formules dans le cas général, on trouverait un résultat similaire, croyez-m'en sur parole !

Pour transformer le grand damier en carré magique normal, contenant donc dans ses cases une fois et une fois seulement chacun des nombres entiers de 1 à 144 (de 1 au carré de $M \times N$ dans le cas général), il suffit d'utiliser la règle : magie plus magie donne magie. Comment ? En superposant à chaque sous-damier de dimension Trois (de façon générale de dimension N) le carré magique de Trois pris comme multiplicateur. On ajoute les deux nombres contenus alors dans chaque case. La figure montre le résultat pour quelques-uns des sous-damiers, et il ne vous sera pas difficile de tout remplir. Le carré dimension Douze (de façon générale dimension $M \times N$) finalement obtenu est bien à la fois magique et normal. Les carrés obtenus par multiplication possèdent dans leur (apparente) irrégularité des régularités rappelant que l'on est passé par des sous-damiers. Rien de plus aisé que de mieux mélanger les

5

nombres, si vous le souhaitez : il suffit de quelques permutations de lignes et de colonnes pour que disparaisse la trace des sous-damiers.

Qui a le premier proposé la multiplication magique ? Elle se trouve décrite dans *la Mathématique des Jeux, ou Récréations mathématiques* (1930) de M. Kraitchik. Mais le procédé est plus ancien ; on le trouve dans *les Tablettes du chercheur*. Rien ne s'oppose à ce qu'on multiplie un carré, dimension N , par lui-même. Vous pouvez essayer dans le cas le plus simple, celui du carré de dimension Trois : le résultat sera un carré magique dimension Neuf. Vous pouvez aussi essayer avec les carrés de dimension Quatre. Multipliés par eux-mêmes, ils fourniront 880 carrés magiques dimension Seize. Et si on les multipliait entre eux, au lieu de se borner à les élever en quelque sorte au carré, combien de carrés dimension Seize pourrait-on obtenir ?



Cette géométrisation abstraite résume le carré magique traditionnel de Trois et les trois cousins qu'on en déduit par des rotations.

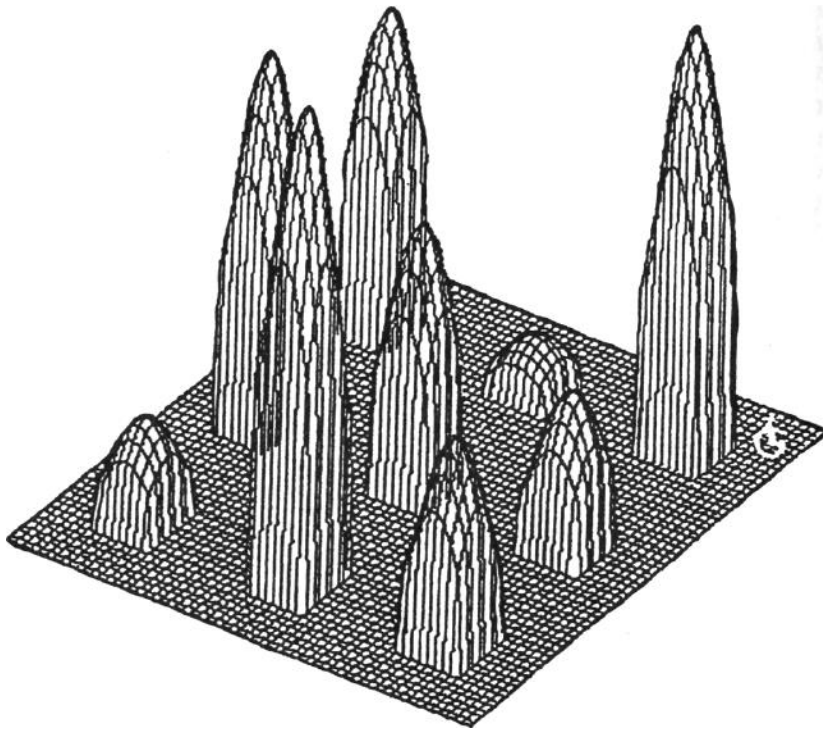
Richesses magiques traditionnelles

1. La balance alchimique des éléments

Et l'ésotérisme des carrés magiques, où est-il dans tout cela, pensent peut-être certains ? Est-il réellement nécessaire de concrètement construire ces curieux arrangements de nombres pour y accéder ?

Je répondrai, et qui ne serait d'accord avec moi, que le survol purement intellectuel reste notoirement insuffisant pour arriver au fond des choses. C'est en forgeant qu'on devient forgeron, affirme depuis toujours la sagesse populaire. C'est en construisant soi-même des carrés magiques qu'on peut espérer pénétrer petit à petit leur sens profond. Au risque de me répéter, mais cela vaut la peine d'insister, ce sens n'a rien à voir avec un pseudo-secret transcendantal murmuré au creux de l'oreille (souvent moyennant finances !). Ah ! que l'initiation serait belle si l'ésotérisme des carrés magiques (et plus généralement l'ésotérisme) pouvait se réduire à ce genre de révélation ! Hélas, ou plutôt heureusement pour l'ésotérisme, les choses ne sont ni aussi simples, ni aussi simplistes ! Et que pourrait d'ailleurs apporter à l'enrichissement personnel une initiation que n'aurait pas valorisé un travail en profondeur, personnel lui aussi.

Pour ne pas se laisser étonner par certains jeux avec les nombres, pour appréhender profondément la vivante beauté abstraite de leurs harmonieux arrangements, il faut avoir bien pénétré ces cheminements régulièrement irréguliers qui président à la cons-



Carré magique de Saturne, interprété en trois dimensions.

truction des carrés magiques, ces « admirables transpositions de nombres en progressions régulières », dont s'émerveilla Michel Stifel.

Puisque vous savez maintenant construire des carrés magiques, qu'ils soient de dimension impaire ou paire (pairement paire et impairement paire), le présent livre pourrait fort bien se terminer ici. Ce serait un peu court, il reste tant à dire sur ces fascinants arrangements de nombres en secrètes harmonies. Et puis, le damier carré n'est pas la seule forme utilisable comme support de la magie arithmétique : pratiquement toutes les riches possibilités de la géométrie ont été employées. Il y a aussi les carrés de lettres sur lesquels il faut revenir, en particulier sur le célèbre carré SATOR. Mais je voudrais d'abord montrer comment certains carrés ont été traditionnellement étudiés, et médités, par d'authentiques ésotéristes.

La littérature concernant le plus simple des carrés magiques, celui de dimension Trois, est à elle seule immense. C'est bien le propre d'un véritable symbole (ou modèle analogique) que de permettre une foule de commentaires dont aucun ne prétend détenir à lui seul la « Vérité » incluse dans ce symbole. Je ne chercherai pas à résumer ici tout ce qu'on a pu dire ; il me faudrait tant de pages que je risquerais de lasser. Quelques mots ont été dits, au premier chapitre, sur le carré de Trois en Chine. J'ai également mentionné l'usage talismanique du carré de Trois par les magiciens arabes, amenant en témoignage le vieil iman Djabir et son *Livre des Balances*. Comme tous les alchimistes, ce dernier professait la théorie des Quatre Éléments (Feu, Air, Eau et Terre) et de leurs quatre modalités, les Quatre Qualités (Chaud, Froid, Humide, Sec). Mesurer ces qualités, déterminer leurs proportions dans les corps (ce que les alchimistes appellent de façon imagée les « mixtes ») est pour lui le problème essentiel. En effet, ayant établi avec précision ces proportions, ayant déterminé leur « balance », il devient théoriquement possible de la modifier, transmuant ainsi un mixte en un autre, par exemple du plomb en or. Djabir écrit à ce propos dans ses *Soixante-dix Livres* : « Nous nous fondons dans l'Art d'alchimie sur les opérations appliquées aux quatre éléments, renforçant celui d'entre eux qui est trop faible, et affaiblis-

sant celui qui est trop fort, et corrigeant ce qui est déficient. Celui donc qui parvient ainsi à manipuler les Éléments dans les trois règnes parvient par là même à la connaissance de toutes choses, et comprend la Science de la création et l'Art de la Nature. » Djabir attribue alors les nombres 1 et 3 au Chaud et au Froid, qualités dites « simples » et les nombres 5 et 8 à l'Humide et au Sec, qualités composées à partir des deux précédentes. Il ajoute que le nombre 17 (somme des quatre précédents : $1 + 3 + 5 + 8 = 17$) est une des clefs de la Balance, l'autre clef étant 28 (égal au triangulaire de 7, et second nombre « parfait » pythagoricien).

Comme le montre le schéma donné ici, tous ces nombres se retrouvent dans le carré magique de Trois, que Djabir connaissait bien. Le nombre 28 se retrouve dans la somme $6 + 7 + 2 + 9 + 4$, et il est en quelque sorte « mesuré » par le petit carré des quatre nombres restant, qui sont justement 1, 3, 5 et 8. Les Chinois, on l'a mentionné, utilisaient également le carré de Trois pour harmoniser leurs cinq éléments, preuve que le même symbole peut être interprété de bien des façons.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Le carré magique de Trois est la clé de la Balance des Éléments de Djabir.

Ce même carré de Trois fut longuement médité par des ésotéristes musulmans qui y trouvèrent la raison pour laquelle Allah porte quatre-vingt-dix-neuf noms, pas un de plus, pas un de moins. Comme le montre la figure donnée ici en chiffres, il suffit pour cela de déduire du carré traditionnel de Cinq (mâle, car il porte l'impair cinq en son centre) un carré femelle en ajoutant l'unité aux neuf nombres. La case centrale portant le pair six caractérise le féminin, divisible par l'impair (trois) et le pair (deux). En ajoutant case à case ces deux carrés, on obtient le carré situé à droite. Il est toujours magique, mais « non normal ». Vérifiez vous-même : la somme de ses neuf nombres est de 99 (en fait

3 fois 15, plus 3 fois 18). Al-Buni (une page de son traité en manuscrit a été reproduite plus haut) a longuement médité sur les relations entre carrés magiques et Noms divins.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

5	10	3
4	6	8
9	2	7

9	19	5
7	11	15
17	3	13

L'addition du carré magique traditionnel de Trois et du carré déduit de celui-ci par addition de Un à chaque nombre explique pourquoi Allah possède Quatre-vingt-dix-neuf noms différents, pas un de plus, pas un de moins.

2. Le carré de Durer

Dès qu'augmenté la dimension d'un carré, les curieux jeux de nombres qu'on y rencontre se multiplient très vite. Prenons donc un carré de dimension Quatre, celui de Durer, pourquoi pas dans la forme traditionnelle d'Agrippa (les deux formes se déduisant immédiatement l'une de l'autre). Le nombre 17 s'y rencontre souvent, ce qui n'a rien d'étonnant quand on se souvient que la constante magique de ce carré est de 34 (le quart du triangulaire de 16, soit 16 fois (16+1) divisé par 2, ou 136), juste le double de 17. Comme le montre la figure donnée page 122 gauche, le total de deux nombres situés dans des cases symétriques par rapport au centre (virtuel) est toujours de 17. A dire vrai, cette propriété n'est pas caractéristique de ce carré particulier, puisque beaucoup parmi les 880 carrés dimension Quatre la possèdent (48 très exactement).

D'autres carrés de dimension Quatre (certains les appellent des *semi-diaboliques*) ont la propriété de donner la valeur 17 pour la somme de deux nombres situés l'un par rapport à l'autre en diagonale courte (de seulement deux cases). Là aussi il y en a 48, et j'en parlerai plus longuement au chapitre suivant. Mais poursuivons notre étude du carré de Quatre, forme traditionnelle

d'Agrippa. Comme le montrent les deux schémas donnés ci-dessous, on peut y découvrir des « circuits » magiques. Ainsi, les quatre nombres 7, 6, 10 et 11 du carré central ont pour somme 34. De même pour les nombres 4, 14, 7, 9 ou encore 15, 1, 6, 12 des sous-carrés en partie haute, gauche et droite. Et toujours de même pour les deux sous-carrés en partie basse. Ces propriétés sont d'ailleurs partagées avec d'autres carrés de dimension quatre.

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

Quelques propriétés du carré magique traditionnel de Quatre.

Et voici une autre magie, ou plutôt « multimagie ». Comme le figure le dessin page 122, on peut tracer deux circuits carrés formant ensemble une sorte d'étoile à 8 pointes. Ces deux circuits sont « trimagiques ». Les deux sommes des deux fois quatre nombres valent :

$$9 + 15 + 8 + 2 = 34$$

$$14 + 12 + 3 + 5 = 34$$

Les sommes des carrés des nombres valent :

$$9^2 + 15^2 + 8^2 + 2^2 = 374 = 11 \times 34$$

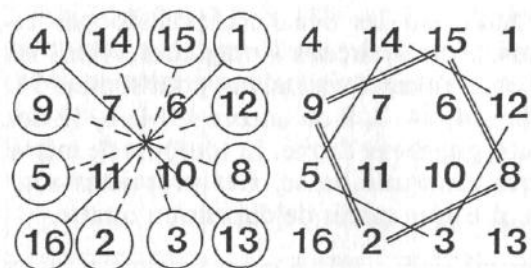
$$14^2 + 12^2 + 3^2 + 5^2 = 374 = 11 \times 34$$

avec à nouveau intervention de 34, un 34 que l'on retrouve dans les sommes des cubes des nombres formant l'étoile :

$$9^3 + 15^3 + 8^3 + 2^3 = 4\,624 = 136 \times 34$$

$$14^3 + 12^3 + 3^3 + 5^3 = 4\,624 = 136 \times 34$$

le nombre 136, 16^e triangulaire, valant 16 fois 17/2. Extraordinaires, toutes ces présences de la constante 34 ! Là aussi, le carré d'Agrippa n'est pas seul à posséder une étoile trimagique ; il la partage avec quelques cousins d'une même famille, au sein de la



La somme de deux nombres symétriques vaut $34/2$ et les deux circuits carrés formant une étoile à Huit pointes sont « trimagiques » (sommes de 34, 11 fois 34, 136 fois 34).

tribu des 880 carrés magiques de dimension Quatre. Toutes ces relations à première vue inattendues ne font qu'exprimer la richesse de cet arrangement harmonieux qu'est un carré magique. Je pourrais allonger la liste, mais mon propos n'est pas d'étonner pour étonner.

3. A. Bloch et le carré de Cinq

Avec leur dimension impaire, les carrés magiques de dimension Cinq sont foncièrement différents des carrés de Quatre, dimension paire, et même parement paire. Leur analyse par des procédés analogues à ceux que je viens d'utiliser révèle pourtant une foule de propriétés similaires. C'est bien normal puisque les uns et les autres se relient en profondeur par ces chemins cycliques qui permettent de les élaborer. Le carré traditionnel de Cinq (c'est-à-dire la forme d'Agrippa) a été bien étudié par Alex Bloch. Ce dernier s'était passionné pour les mystères du carré SATOR, également de dimension Cinq. A la lecture de ses ouvrages, on se dit qu'il fut réellement un « fou du SATOR » (comme d'autres furent « fous de Dieu »). Il est vraiment dommage que ses essais, et en particulier *le Carré Magique SATOR* (1963), aient été ronéotypés à petit nombre (seulement 300 exemplaires pour celui que je cite) et diffusés de façon quasi confidentielle. Épuisés depuis longtemps, ils ne peuvent être consultés que dans de rares bibliothèques.

L'étude du SATOR avait tout naturellement conduit A. Bloch à s'intéresser au carré de dimension Cinq, traditionnellement attribué à la planète Mars par Agrippa. La figure donnée ici

montre quelques-unes des curiosités qu'il a relevées dans ce carré dont la constante magique est 65, cinquième du triangulaire de 25. A noter que le nombre 65 est, au regard des nombres polygonaux pythagoriciens, le cinquième nombre octogonal. Coïncidence ? Sans doute ! Pourtant...

A

23	6	19	2	15
10	18	1	14	22
17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
11	24	7	20	3

B

			2	
		1	14	22
	5		21	
4	12	25		
	24			

C

		19		
10				22
11				3

D

	6		2	
17				9
	24			20

Voici, selon A. Bloch, quelques-unes des propriétés du carré magique traditionnel de dimension Cinq.

Comme on peut le voir sur la figure A les quatre équerres en coin ont des sommes de même valeur : 39 (par exemple : $10 + 23 + 6$, ou $2 + 15 + 22$ et encore $16 + 3 + 20$ et enfin $24 + 11 + 4$). Cette valeur 39 se retrouve dans les sommes selon les deux diagonales du petit carré central dimension Trois. Également dans les sommes en seconde ligne et seconde colonne de ce petit carré. Mais non selon les autres lignes et colonnes du même sous-carré central. Ce dernier n'étant pas magique, le grand carré dimension Cinq n'est donc pas « à enceinte ». Poursuivons en notant que la somme de deux nombres situés dans n'importe quelle paire de

cases symétriques par rapport à la case centrale vaut 26. En ajoutant à chaque fois le nombre en case centrale (soit 13), les valeurs précédentes deviennent 39, un 39 qu'on trouve donc bien souvent dans ce carré.

On peut découper dans le carré dimension Cinq neuf petites croix, du type de celles indiquées figure B. Toutes ces croix sont individuellement magiques : la somme des trois nombres du bras vertical égale la somme des trois nombres du bras horizontal. Ces sommes varient, certes, de croix à croix, mais la somme globale pour deux croix symétriques par rapport au centre (les cases centrales des deux croix étant donc comptées chacune deux fois) vaut 4 fois 39.

Un ami d'A. Bloch, André Bouguenec, m'a signalé une autre propriété curieuse : on peut tracer quatre pentagrammes, ou étoiles à cinq pointes, qui sont « magiques ». En figure C est représenté un de ces pentagrammes. La valeur de chaque pentagramme ($10 + 22 + 11 + 19 + 3$) est égale à la constante magique du carré : 65. Pour ne pas alourdir le dessin, un seul des pentagrammes a été tracé ; les trois autres se déduisent par rotation de l'étoile de un quart de tour, d'un demi-tour et enfin de trois quarts de tour. Ainsi, le second pentagramme porte à ses pointes les nombres 9, 11, 2, 20 et 23. Ainsi de suite. Ces pentagrammes sont partiellement « bimagiques », avec des sommes de carrés des cinq nombres qu'ils portent de 1 075 pour le premier (celui de la figure) et le troisième (déduit par rotation d'un demi-tour de l'étoile), de 1 135 pour les deux autres. La somme de ces deux constantes vaut, calculez-le, mais 34×65 !

On peut aussi tracer deux hexagrammes, ou étoiles à six pointes, parfaits eux. Une de ces figures est représentée en figure D. L'autre hexagramme porte à ses pointes les nombres 22, 7 et 10 puis 16, 4 et 19. Les quatre triangles constituant ces deux hexagrammes sont enchantés, de constante 39, un 39 qu'on retrouve une fois de plus. La « bimagie » s'étend à chaque hexagramme. Les carrés des couples de trois nombres valant 693 pour l'hexagramme représenté, et 633 pour l'autre. Comme pour les pentagrammes, la somme de ces deux constantes de bimagie est remarquable : $693 + 633 = 34 \times 39$.

On pourrait allonger la liste, une liste qui, comme dans le cas de la dimension Quatre, traduit sous d'autres formes, la riche harmonie cachée des carrés magiques construits par des chemine-ments cycliques.

4. Six cent soixante-six dans le Soleil

« *C'est ici la sagesse : que celui qui a l'intelligence calcule le Nombre de la Bête car c'est un nombre d'homme, et ce Nombre est Six cent soixante-six* », a crié Jean dans son *Apocalypse*. La Bête en question est celle de la Terre ; elle sert de ministre et de porte-parole à la Bête de la Mer, monstre à sept têtes et dix cornes.

Des livres et des livres ont tenté de percer les mystères de ce Six cent soixante-six, qui doit être *calculé*, a précisé le Voyant. Le mot grec employé à cet endroit du texte (il faut toujours revenir à l'original, quand il y a problème sérieux), ce mot grec donc possède un sens technique très fort : calculé avec des cailloux. C'était, plus que probablement pour Jean, familier des Esséniens de Qûm-ran, tout imprégnés de pythagorisme populaire, un nombre figuré pythagoricien. Et justement, 666 est le 36^e nombre triangulaire, ce qui établit un lien entre cette Bête de la Terre et le carré magique de dimension Six.

Possédant trente-six cases, le carré de Six a pour somme de tous ses nombres justement 666. Coïncidence ? Lien profond ? Qui pourrait aujourd'hui prétendre savoir ce qu'a vraiment voulu dire Jean en attribuant le trente-sixième triangulaire à sa Bête fabuleuse. Ne croyez surtout pas que j'insinue que le carré de Six aurait déjà été connu à cette époque. La probabilité que cela soit vrai est pratiquement nulle. Non, le lien, puisque lien il y a, est sûrement moins direct.

Avant de faire surgir ses deux Bêtes, le voyant avait vu sortir du *Puits de l'Abîme* de bien étranges créatures de cauchemar. Une sonnerie de trompette par le cinquième Ange d'un groupe de Sept avait libéré des sauterelles « *ayant sur la tête comme des couronnes en or. Leur face rappelait des figures humaines ; leurs dents, des dents de lion... A leur tête, comme roi, elles avaient l'Ange de*

l'Abîme ; il s'appelle en grec Apollyon », Curieuse cette intervention maléfique d'un Apollon, Dieu du Soleil, venu peut-être du Nord, de la fabuleuse Hyperborée (que connaissaient les Esséniens). Curieux aussi ces symboles solaires : l'Or, le Lion.

Mithra, dont le culte fut si populaire dans les légions romaines, porta souvent le surnom de Soleil Victorieux. Comme on le verra au dernier chapitre, le professeur Walter O. Moeller a proposé de rattacher au culte de Mithra le carré SATOR, en retrouvant d'ailleurs le fameux 666 dans ce dernier carré. Dieu militaire païen, Mithra ne pouvait qu'être doublement en horreur aux yeux d'un juif de Palestine qui voyait les exactions perpétrées par les troupes romaines d'occupation. Il n'est donc pas impossible que Jean ait lié le Nombre de la Bête avec les mystères d'un carré magique, de lettres celui-là. Compte tenu du SATOR découvert à Pompéi, on est sûr que cet arrangement palindrome existait bien à l'époque où fut rédigée *l'Apocalypse*. Mais je reconnais qu'il s'agit d'hypothèses assez hardies.

On pourrait dire, à propos du carré traditionnel de Six, beaucoup de choses analogues à ce qui a été dit pour les carrés de Quatre et de Cinq. Pour ne pas allonger par trop mon propos, je me bornerai à ceci. Placez une feuille de papier calque sur le tracé de ce carré, tel qu'il figure dans le premier chapitre. Maintenant, réunissez par un trait de crayon les centres des cases contenant les deux nombres dont la somme est 37 (1 + 36). La figure géométrique finalement obtenue est particulièrement régulière, alors qu'à première vue, les nombres semblaient un peu jetés au hasard sur le damier carré : étoile à quatre branches sur quadrillage s'ouvrant vers l'extérieur (elle est donnée page 214).

5. Un général explique les caractères

Sortant de la taverne d'Auerbach où il vient de mystifier des buveurs aussi sots qu'effrontés, Méphistophélès conduit Faust chez une sorcière qui doit lui préparer le philtre de Jouvence. Dans son immortel chef-d'œuvre, Goethe fait lire par la vieille un grimoire. Elle entonne cette incantation apparemment dénuée de sens :

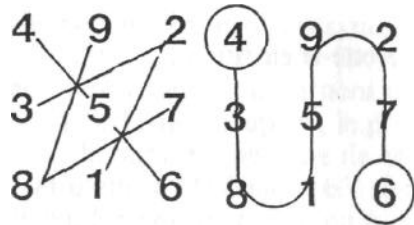
« *Ami, crois au mystère :
de dix fais un.
Laisse passer deux et trois,
ainsi tu t'enrichiras.
Perds le quatre (c'est-à-dire rejette-le en fin).
De cinq et six,
la sorcière l'a dit,
fais sept et huit,
et vice versa.
Si neuf est avec un,
Dix est absent.
Voilà le mystère.*

Les commentateurs du poète avaient tous considéré ces vers comme dénués de tout sens, jusqu'à ce qu'un spécialiste en carrés magiques y jette son regard. En 1932, le général E. Cazalas montra, dans la revue *le Sphinx*, que cette incantation enseigne comment transformer le carré naturel des neuf premiers nombres en un carré magique, à vrai dire un peu imparfait.

Poursuivant dans cette voie, ce chercheur examina les étranges figures qu'Agrippa avait appelé les signes, ou caractères, des Planètes, des Intelligences et des Daimons (ou Génies) de ces planètes. Il trouva leur explication dans les correspondances existant entre carrés de nombres en ordre naturel et carrés magiques. Plusieurs de ses résultats figurent dans son ouvrage déjà cité : *Carrés magiques au degré n* (1934). Voici d'abord le signe de Saturne et le caractère de l'Intelligence de Saturne.

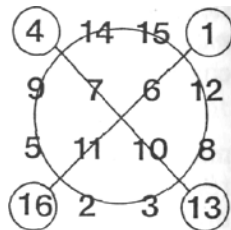
Le signe de la planète s'obtient en reliant les nombres du carré magique de Trois, dit de Saturne, selon l'ordre 1, 2, etc. Ce signe résume en somme le cheminement qui a permis de placer ces nombres. On verra au chapitre suivant comment transformer ce caractère en un beau pavage abstrait. Le nombre de l'Intelligence de Saturne étant 45, le trait qui relie tous les nombres en une sorte de serpent caractérise bien cette Intelligence. La somme des nombres ainsi reliés vaut 45 (soit le triangulaire de 9). Agrippa donne à cette Intelligence le nom d'Agriel. La transcription chiffrée des cinq lettres hébraïques composant ce nom de fantaisie : Aleph, Gimel, Jod, Aleph, Lamed, possède comme somme 45 (1 + 3 + 10 + 1

+ 30). Il en va de même d'ailleurs pour tous les autres noms d'Intelligences et de Daimons donnés par Agrippa.



E. Cazalas explique ainsi le « caractère » de Saturne et celui de l'Intelligence de Saturne.

Le signe, ou caractère (certains disent également *sceau*) de Jupiter, se montre tout aussi explicite. L'explication graphique de E. Cazalas est reproduite ici. On peut dire du général amateur de carrés magiques qu'il répondit bien au souhait d'Agrippa, réclamant « *un habile scrutateur qui, sachant bien faire la vérification des tables planétaires, pourra facilement trouver de quelle manière on peut former à partir de ces tables les signatures et les caractères des planètes et des Intelligences* » (*la Philosophie Occulte*, Livre second, chapitre 89). La croix aux extrémités munies de petits cercles, plus le grand cercle qui timbre cette croix, signifient la correspondance existant entre le carré naturel de nombres et le carré magique de Quatre.

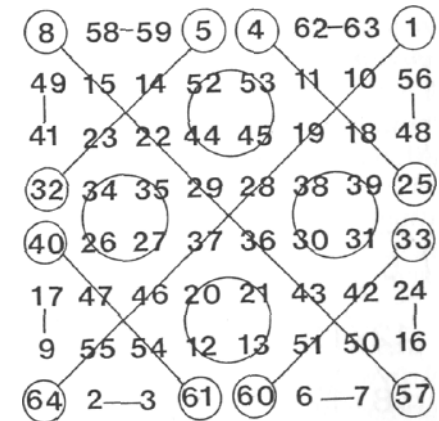


Le « caractère » de Jupiter résume la façon d'obtenir le carré magique de dimension Quatre à partir du tableau des nombres en ordre naturel (d'après E. Cazalas).

Je n'ai pas reproduit ici le caractère de l'Intelligence de Jupiter, fort similaire à celui de l'Intelligence de Saturne, à ceci près que le serpent possède quatre boucles (et non plus trois) dont l'ensemble réunit les seize nombres du carré magique dimension Quatre. Le nombre de cette Intelligence est 136 (triangulaire de 16). Son nom, Johphiel, s'interprète également par l'équivalence

lettres hébraïques-nombres. En effet, la somme des lettres : lod, He, Pe, lod, Aleph, Lamed, vaut bien 136 (10 + 5 + 80 + 10 + 1 + 30 ; si besoin, reportez-vous à la table donnée au chapitre II).

Le caractère de Mercure (carré magique de dimension Huit) généralise celui de Jupiter. C'est normal puisque ces deux carrés furent l'un et l'autre construits par un même procédé, celui que j'ai appelé la mutation diagonale. Dans le cas de la dimension Huit, cette mutation fait intervenir, à côté des deux diagonales principales du grand damier, les diagonales des sous-damiers, dimension Quatre, en lesquels on décompose la figure initiale. Le sceau de Mercure donné ici reflète fort bien cette origine. Il faut reconnaître que l'on a du fil à retordre avec le caractère du Dai-mon de Mercure. Son nombre de 2 080 (triangulaire de 64) signifie qu'il faudrait parcourir toutes les cases, ce qui n'est pas le cas. Mais il se pourrait que les graveurs des planches d'Agrippa aient bronché, dans leur probable incompréhension du sens des graphismes qu'ils devaient reproduire.



Le « caractère » de Mercure résume la façon d'obtenir le carré magique de dimension Huit à partir du tableau des nombres en ordre naturel (d'après E. Cazalas).

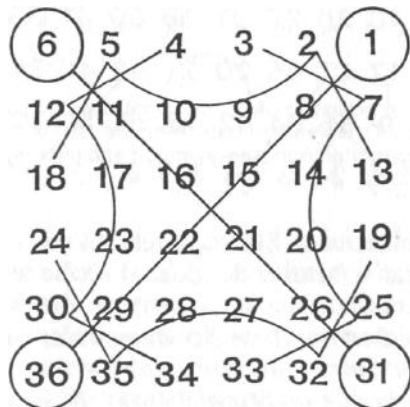
Le sceau du carré du Soleil (dimension Six impairement paire) est, esthétiquement parlant, le plus « beau » de tous. Il recèle les subtiles difficultés de construction des impairement pairs. E. Cazalas écrit à son propos : « *Les nombres des diagonales du carré naturel restent en place. Les autres forment quatre groupes soulignés par le graphique, groupes que nous appellerons du haut*

et du bas, de droite et de gauche. Ces groupes viennent occuper la place de leur vis-à-vis, savoir :

- le groupe du haut (ou de droite) par rabattement autour de l'axe du carré qui lui est parallèle,
- le groupe du bas (ou de gauche) par rotation d'un demi-tour autour du centre du carré. »

La figure reproduite ici explicite les propos du général Cazalas. On retrouve dans le processus qu'il décrit les effets de placement des nombres par symétrie et miroir caractéristiques des impairement pairs.

E. Cazalas n'a pas fourni d'explication pour les carrés d'Agrippa de dimensions Cinq, Sept et Neuf attribués respectivement à Mars, à Vénus et à la Lune. Il faut reconnaître que la correspondance, si correspondance il y eut, n'est pas visible en dépit de tous les efforts que l'on peut tenter pour la trouver. J'ai été, je l'avoue, surpris de lire cette phrase de l'auteur occultiste qui signait du pseudonyme d'Enel : « *La figure nommée Intelligence est indispensable, car elle montre la transposition à observer pour réaliser le seul carré qui contient en lui la combinaison des forces envisagées.* » Toute opinion est respectable, à condition de l'étayer par une argumentation valable. Enel s'est bien gardé, et pour cause, d'expliquer les carrés impairs de Mars, de Vénus et de Mercure. Secret (ou pseudo-secret) oblige, n'est-ce pas !



La construction du carré magique traditionnel de Six à partir du carré naturel des nombres de 1 à 36 explique le « caractère » du Soleil (selon E. Cazalas).

CHAPITRE VII

Quelques familles aristocratiques

1. D'étranges mandalas

Qu'est-ce, pour la tradition extrême-orientale, qu'un mandala, sinon un modèle analogique du monde. Très souvent le dessin du mandala devient une œuvre d'art, au sens usuel du terme, car on y trouve une foule de personnages et de dieux aux vives couleurs. Mais il est des mandalas plus abstraits, presque purement géométriques, formés de carrés et de cercles ordonnés. Ainsi que l'écrivent Ajit Mookerjee et Madhu Khanna : « *Bien qu'il y ait une quantité innombrable de types de mandalas, la structure formelle, contenant un petit nombre de formes élémentaires, demeure constante. La forme prédominante est le cercle, ou des cercles concentriques, incluant un carré, parfois divisé en quatre triangles. Cette composition fondamentale est elle-même contenue dans un carré à quatre entrées.* » (Dans *la Voie du Tantra*, 1978, traduit de l'anglais.)

Et ces deux connaisseurs du tantrisme authentique ajoutent : « *Analogue au Cosmos, le mandala indique une focalisation, de la totalité. C'est une forme synergique qui reflète le processus cosmogénétique, le cycle des éléments, et intègre harmonieusement les opposés, le terrestre et l'éthéré, le dynamique et le statique. Il fonctionne comme structure du Soi, instrument de concentration et véhicule de l'éveil.* »

On pourrait reprendre tels quels ces mots de Mookerjee et Khanna pour les appliquer aux carrés magiques, eux aussi modèles

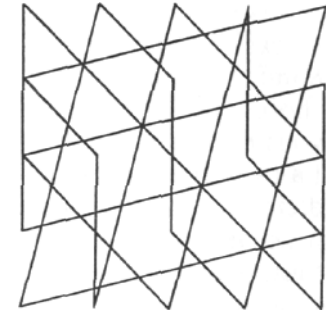
analogiques du complexe dans lequel baignent toutes les choses de ce monde. J'aurais pu choisir comme sous-titre au présent livre : *Les Carrés magiques, des mandatas occidentaux*, mais il y avait le risque d'une interprétation erronée : celle d'une dépendance de la tradition occidentale par rapport à la tradition orientale, voire pire encore : du faux jugement de valeur qui, trop souvent aujourd'hui, place l'Orient (un Orient plus que mythique) sur un piédestal, au détriment de la riche tradition occidentale.

Comme le souligne Jacques d'Ares dans son Introduction à la revue *Atlantis* de mars-avril 1985 : « *Les rosaces de nos cathédrales constituent des mandalas privilégiés ; un exemple remarquable parmi beaucoup d'autres est donné par la rosace sud de la cathédrale de Lausanne, essentiellement construite sur l'association du cercle et du carré constituant une triple enceinte, ce qui est particulièrement remarquable, eu égard au thème de cette rosace : la Création du Monde.* »

A première vue, le carré magique occidental de nombres paraît bien éloigné des figurations géométriques des mandalas. Il n'en est rien. Discutant des techniques de construction des carrés magiques, j'ai eu l'occasion de souligner le rôle qu'y joue la géométrie : effets de miroirs et symétries. Les caractères et sceaux d'Agrippa sont un exemple de la correspondance entre arrangements de nombres d'un carré et schémas géométriques. Ce genre de correspondance ne se limite évidemment pas aux seuls sept carrés planétaires traditionnels. La technique est des plus générales ; elle se révèle même être un puissant instrument de classement des carrés magiques.

Laissons-nous d'abord enchanter par le seul aspect esthétique. La figure donnée en fin de chapitre V généralise le sceau de Saturne d'Agrippa. Je la reproduis d'après J.-M. Groizard : *Algèbre des Carrés Magiques* (1984), brochure de très haut niveau mathématique. Cet auteur décrit ainsi la façon dont il a procédé : « *On dispose des carrés de Trois déduits l'un de l'autre par symétries de sorte que les diagonales coïncident. On joint alors dans chaque carré 1, 2, 3... 9 puis on noircit une surface sur deux.* » On peut généraliser le procédé aux carrés de plus grande dimension. Voici un tracé 1, 2, 3, etc., pour un carré de dimension Cinq

(forme traditionnelle d'Agrippa). Je vous laisse le soin d'en déduire de « beaux » pavages abstraits, en suivant la voie de J.-M. Groizard.



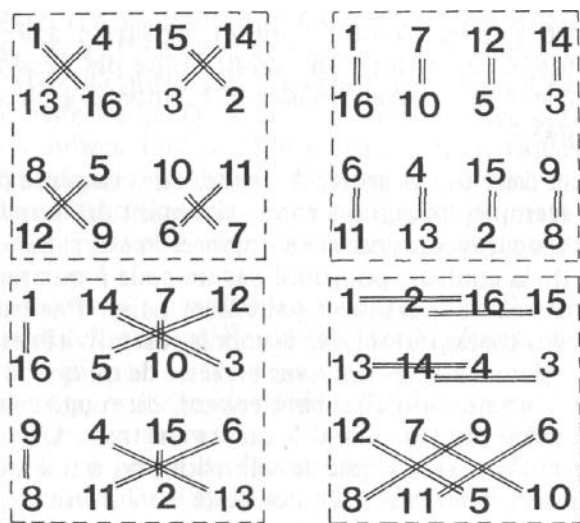
En reliant par un trait continu les nombres du carré magique traditionnel de Cinq, on obtient ce dessin abstrait. L'idée de procéder ainsi serait de Bachet de Méziriac (XVII^e siècle).

On dit que l'idée de ce type de dessin remonterait à Bachet de Méziriac. La chose me semble moins claire car, si Bachet enseigne bien le cheminement régulier qui est derrière ce genre de dessin, il ne propose pas de matérialiser par un trait continu son cheminement. Il me souvient avoir lu qu'un architecte américain des années trente, Claude Bragdon, aurait utilisé des dessins comme celui donné ici pour trouver des idées d'harmonies architecturales. Pourquoi pas ?

On peut faire toutes sortes de choses dans ce genre de traduction : par exemple, noircir les cases contenant des nombres pairs et blanchir les cases contenant des nombres impairs. Si vous préférez mettre de la couleur, pourquoi pas un code à quatre possibilités et des carrés de dimension pairement paire. Par exemple du blanc pour les cases portant des nombres juste divisibles par quatre, du noir pour les cases donnant un reste de un quand on divise par quatre le nombre qu'elles contiennent, du rouge si le reste est de deux et enfin du vert quand le reste vaut trois. L'emploi d'un ordinateur associé à un écran de télévision, ou à une petite table traçante quatre couleurs (très courante en informatique grand public) permet de multiplier ce genre d'art abstrait. Essayez et vous verrez surgir des harmonies qui, parfois, dépasseront ce que fait Vasarely. On peut, mais je m'arrête car je crois que la seule

limite à l'utilisation de ce genre de correspondance est l'imagination humaine.

J'ai dit plus haut que certaines transcriptions graphiques des carrés magiques permettaient de classer ces derniers en familles. Le cas représentatif est celui des carrés de dimension Quatre. Leur nombre relativement limité (880) permet d'aller jusqu'au bout des choses. Étudiant le carré de Durer ou d'Agrippa, on avait, vous vous en souvenez, groupé les nombres par paires, de somme 37. La figure géométrique obtenue de cette façon présentait une allure d'étoile centrée sur le milieu du damier. Il est possible d'étendre ce procédé à l'étude de tous les carrés de dimension Quatre. Ce faisant, on constate qu'il n'y a pas un trop grand nombre de figures géométriques différentes. Au début du siècle, L.S. Frierson dénombra onze structures type. Il en avait oublié une douzième, découverte une douzaine d'années plus tard par Henry-Ernest Dudeney. La figure donnée ici vous montre quatre des douze structures possibles ; la totalité est présentée dans l'ouvrage de W.S. Andrews *Magic squares and cubes* (1917, rééd. 1960).



Quatre des Douze structures permettant de classer en familles les 880 carrés magiques de dimension Quatre (selon H.E. Dudeney).

Ces douze structures type (ni onze, ni treize) permettent un classement de la tribu des carrés dimension Quatre en douze familles bien individualisées. J'ai déjà dit que la famille correspondant à la structure haut gauche de la figure comporte 48 membres. La famille possédant la structure haut droit est plus nombreuse : 96 membres. Les deux familles se réclamant des structures bas gauche et bas droit sont nettement plus aristocratiques : 8 membres seulement chacune !

On peut analyser de façon analogue les carrés de plus grande dimension, mais il semble que personne n'ait tenté un inventaire complet. Il est vrai que les tribus deviennent tellement nombreuses ! Les carrés dimension Six sont très partiellement examinés dans l'ouvrage d'Andrews. Les résultats trouvés généralisent ceux obtenus en dimension Quatre. La structure est parfois très symétrique, témoin celle du carré traditionnel du Soleil. D'autres fois, elle se complique en se dissymétrisant. A noter que le cousinage de deux carrés, par permutation de lignes et de colonnes, correspond presque toujours à de profonds remaniements de structure.

On peut géométriser d'une toute autre façon, mais cette fois ce n'est plus applicable à n'importe quel carré. Je m'explique. Beaucoup de carrés de dimension paire peuvent s'étudier à l'aide de quatre façons d'écrire un carré naturel. La figure donnée ici montre ce qu'il faut entendre par là selon Paul Carus, un commentateur d'Andrews. Ces quatre façons sont dites, en langage imagé : *naturelle*, *naturelle inversée*, *en miroir* et en *miroir inversé*. Maintenant, attribuons avec Paul Carus un symbole graphique différent pour chacune de ces quatre dispositions.

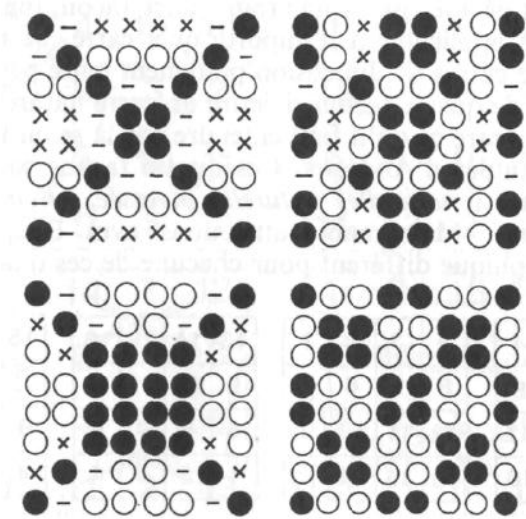
1 2 3 4	4 3 2 1	13 14 15 16	16 15 14 13
5 6 7 8	8 7 6 5	9 10 11 12	12 11 10 9
9 10 11 12	12 11 10 9	5 6 7 8	8 7 6 5
13 14 15 16	16 15 14 13	1 2 3 4	4 3 2 1

Naturel (●) Miroir (—) Naturel (X) inversé Miroir (○) inversé

Quatre structures de base rencontrées dans la construction des carrés magiques.

Cela fait, on se donne un carré magique pairement pair, construit par ailleurs, ou trouvé dans une quelconque publication, et on parcourt une à une toutes ses cases. Il arrive que chacun des nombres rencontrés appartienne à une des quatre dispositions précédentes. Si tel est le cas, on remplace dans sa case chaque nombre par le symbole graphique caractéristique de la disposition à laquelle il se rattache. Quand tous les nombres ont été remplacés par l'un ou l'autre des quatre symboles graphiques, on obtient des dessins abstraits du genre de ceux reproduits ici. Il ne vous sera pas difficile de retranscrire ces carrés symboliques en carrés de nombres. Les dessins donnés ici sont fort réguliers mais ce n'est pas obligatoire : on peut fort bien avoir des résultats plus dissymétriques.

Quoi ? Le dessin bas droit vous donne une impression de déjà vu ? D'accord ! Mais où ? C'est bien exact, vous avez reconnu le sceau de Mercure d'Agrippa, le carré en question n'étant autre que le carré traditionnel de dimension Huit, à un effet de miroir près.



Analysés à l'aide des structures de base (Naturel, Naturel inversé, Miroir, Miroir inversé), ces quatre carrés magiques de dimension Huit donnent des géométries fort régulières.

2. Bordures, enceintes, compartiments

Les carrés magiques forment des tribus tellement nombreuses qu'il n'est pas impossible de chercher à leur imposer, outre les indispensables conditions de la magie arithmétique (constance des sommes en lignes, colonnes et diagonales), des exigences supplémentaires. On a déjà eu l'occasion de discuter du diabolisme et de la multimagie, mais on peut imaginer bien d'autres choses. Par exemple les carrés à bordures et enceintes. De quoi s'agit-il ? Comme le montre l'exemple dimension Cinq donné ici, on peut enlever au carré initial une bordure d'une case sur tout son pourtour et le carré central rescapé reste magique, mais évidemment non normal (les nombres ne s'y suivent pas dans l'ordre naturel 1, 2, 3, etc.).

19	2	20	1	23
4	16	9	14	22
18	11	13	15	8
21	12	17	10	5
3	24	6	25	7

Carré magique de dimension Cinq à enceinte. Le carré central reste magique, de constante 39.

Il semble que ce soit Pascal qui ait eu, le premier, l'idée de ce genre de super-carré. Son traité manuscrit n'a jamais été retrouvé. Mais on se rappelle que Michel Stifel utilisait des enceintes emboîtées pour construire ses carrés magiques, sans que ces carrés répondent d'ailleurs à la définition que je viens de donner. La construction d'un carré à enceinte se mène à partir du carré magique non normal central. Dans le cas de l'exemple donné ici, on reconnaît au centre le carré magique de Trois, à ceci près que chacun de ses nombres a été augmenté de 8 (de façon générale, on part toujours d'un carré magique central aux nombres duquel on ajoute 2 fois (N-1), avec N dimension du carré à bordure et enceinte à construire). Les nombres 9, 10, 11... 16, 17 étant ainsi déjà utilisés, il reste à placer les couples 1-25, 2-24... 8-18 dans les

cases de la bordure. Les sommes de ces couples étant toujours de 26, on va tout naturellement placer les deux nombres d'un couple dans des cases en vis-à-vis (et c'est bien ce qui est fait sur l'exemple). Comment ? on pourrait essayer par tâtonnements.

Mais si la chose est encore possible en dimension Cinq, elle devient franchement irréaliste pour les dimensions plus grandes. Il existe heureusement des procédures systématiques pour ranger les couples. Ce serait un peu long de le décrire ici, même en le renvoyant en annexe, et je ne peux que conseiller à ce sujet l'ouvrage, déjà souvent mentionné, de Benson et Jacoby.

Il n'y a aucune difficulté spéciale à construire des carrés pairs, voire impairement pairs, à bordure et enceinte. Un exemple est donné ici, d'après B. Violle, en dimension Six. On reconnaît, au centre, le carré traditionnel de Jupiter (ou plutôt son transposé dans un miroir). La valeur 10, soit 2 fois (6 -1), a été ajoutée aux seize nombres de ce carré avant que l'on ne construise l'enceinte avec des couples de somme 37. Là aussi il existe une procédure systématique pour placer ces couples, analogue à celle utilisable pour les dimensions impaires, à quelques nuances près.

1	9	32	33	34	2
6	11	25	24	14	31
10	22	16	17	19	27
29	18	20	21	15	8
30	23	13	12	26	7
35	28	5	4	3	36

Carré magique de dimension Six à une enceinte, construit par B. Violle (1837).

Rien, absolument rien ne s'oppose à ce qu'on recommence l'opération pour obtenir des carrés à multi-enceintes concentriques, la dimension augmentant de deux unités à chaque nouvelle bordure ajoutée au carré central. Voici un fort bel exemple de carré dimension Huit possédant deux enceintes concentriques. Ce carré a été publié par un anonyme en 1891 dans *les Tablettes du*

Chercheur. Admironons le raffinement : les diagonales du grand carré sont non seulement magiques, mais bimagiques (sommes des carrés des nombres de leurs cases égales de diagonale à diagonale) et même trimagiques (ce qui met en jeu les sommes des cubes de ces mêmes nombres). Que ne peut-on faire en matière de magie arithmétique, surtout quand la dimension du carré augmente !

33	3	29	31	44	57	58	5
2	4	20	41	55	64	11	63
19	9	47	43	17	23	56	46
27	16	26	14	40	50	49	38
30	53	15	25	51	39	12	35
37	59	42	48	22	18	6	28
52	54	45	24	10	1	61	13
60	62	36	34	21	8	7	32

Carré magique de dimension Huit, à deux enceintes concentriques. Les diagonales sont trimagiques (constante de bimagic : 11 180, de trimagic: 540800). Publié en novembre 1891 dans *les Tablettes du chercheur*.

La constante magique du carré est de 260, comme pour tout carré magique de dimension Huit. Elle se retrouve pour la bimagic et la trimagic des diagonales, puisque :

$$11\ 180 = 260 \times 43$$

$$540\ 800 = (260)^2 \times 8$$

Ce n'est évidemment pas une coïncidence due au hasard, mais une conséquence presque directe des harmonies cachées dans ce carré quelque peu exceptionnel.

D'autres carrés possèdent une bien étrange propriété : si on découpe en leur intérieur de petites enceintes carrées, ces dernières possèdent une « magie ». Les carrés pairement pairs dits de Franklin (du nom de l'inventeur du paratonnerre qui fut également un expert es carrés magiques) sont de ce type. Voici un exemple, dimension Huit. Il n'aurait guère été possible d'imprimer de façon lisible un carré de ce type, dimension Seize. Les quatre carrés de dimension Quatre en lesquels on peut le décomposer sont, eux aussi, parfaitement magiques (et bien sûr non normaux). La

constante de ces petits carrés est de 130, juste la moitié de la constante du grand carré. Plus fort : tous les petits carrés de dimension Deux en lesquels on peut décomposer les carrés de dimension Quatre sont « magiques » : la somme de leurs quatre nombres est de 130 également. Il existe au total seize de ces carrés dimension Deux. La constante 260 se retrouve ailleurs, par exemple dans la somme des huit cases en coin ($15 + 50 + 52 + 4 - 13 + 44 + 21 + 23 + 42$). La croix centrale des deux diagonales courtes de quatre cases chacune fournit, elle aussi, la constante, et même la demi-constante. En effet :

$$55 + 10 + 45 + 20 = 130$$

$$18 + 47 + 12 + 53 = 130$$

Une fois de plus, ne nous laissons pas étonner : tous ces jeux ne sont pas le fait du hasard, ni d'extraordinaires coïncidences. C'est le fruit direct des régularités cachées, mais bien réelles, qui ont présidé à la construction de tels carrés.

1	50	16	63	61	14	52	3
15	64	2	49	51	4	62	13
58	9	55	8	6	53	11	60
56	7	57	10	12	59	5	54
17	34	32	47	45	30	36	19
31	48	18	33	35	20	46	29
42	25	39	24	22	37	27	44
40	23	41	26	28	43	21	38

Les quatre carrés de dimension Quatre en lesquels on peut décomposer ce carré dimension Huit sont, eux aussi, magiques. Tous les petits carrés dimension Deux sont également « magiques » (somme des quatre nombres égale à 130).

3. Croix et châssis en mutations

Dans sa *Construction générale des carrés magiques*, publiée en 1710 dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, le Français Joseph Sauveur a inventé les notions de croix et de châssis. Mais

son traité est des plus obscurs, et c'est B. Violle qui a vulgarisé la chose dans son gros ouvrage. Il s'agit plus ou moins de variantes autour de l'idée de compartiments. Un exemple est donné ici, d'après le géomètre Croix de Saint-Louis.

La constante magique de ce carré dimension Six est de 111, comme pour tout damier de cette dimension. Les deux tiers de 111 valent 74, un nombre que l'on trouve à foison dans certains arrangements de quatre (les deux tiers de six) nombres dudit carré, et tout d'abord dans ceux que souligne le « châssis » en double trait. Le petit carré central, dimension Deux, donne bien 74 comme somme de ses quatre cases (chaque diagonale valant la moitié, soit 37). De même pour les quatre coins du grand carré. Les enceintes opposées : droite et gauche (22, 18, 19, 15) d'une part, haute et basse (25, 24, 13, 12) d'autre part cachent également 74. Si l'on ajoute les quatre nombres qui se tiennent aux croisées des quatre lignes du châssis (soit : 1, 2, 36, 35), c'est une fois encore 74 qui apparaît. Les sommes en diagonales de ces quatre croisées donnent chacune 37 (1 et 36, 2 et 35).

11	6	25	24	31	14
9	1	32	33	2	34
22	10	16	17	27	19
18	29	20	21	8	15
28	35	5	4	36	3
23	30	13	12	7	26

Croix et châssis (selon B. Violle).

Continuons : les sommes de paires de nombres opposés situés autour du carré central donnent chacune 37 (par exemple 32 et 5, ou 29 et 8, et de même pour toutes les autres). Encore une fois 37 pour les sommes de paires de nombres situés aux extrémités des lignes du châssis : 9 et 28, ou encore 34 et 3, et aussi 6 et 31 d'une

part, 30 et 7 d'autre part. Et je vous laisse découvrir d'autres 37 et 74.

Tout cela ne peut résulter d'un coup de chance. C'est le fruit du travail conscient qui a présidé à l'arrangement qui permet tous ces jeux. De nombreux exemples de carrés à châssis sont donnés dans l'atlas de planches gravées qui accompagne l'ouvrage de B. Violle. On peut, sur chacun d'eux, trouver les multiples régularités des carrés à « châssis ».

La permutation de lignes et de colonnes d'un carré de ce type engendre des cousins qui sont également des carrés à châssis. On peut même faire plusieurs permutations différentes successives, en conservant toujours l'appartenance à la même famille « châssis ».

4. Carrés en dentelle, carrés dentelés

La correspondance de Frénicle à Fermât contient un bien curieux défi : était-il ou non possible de construire des carrés magiques possédant une grille magique de lecture ? Ce genre de défi épistolaire était alors monnaie courante. Par grille magique de lecture, entendez un masque percé de trous carrés que l'on superpose sur le damier magique ; les seuls nombres que l'on puisse voir sont ceux qui apparaissent dans les trous de la grille. La somme desdits nombres devait, bien sûr, rester constante en dépit de déplacements de la grille magique sur le carré magique en question. Comme vous vous en doutez, la réponse est oui : carrés et grilles associées peuvent être construits. Pour ne pas trop compliquer le problème, Frénicle acceptait que la grille de lecture soit géométriquement régulière, qu'elle possède par exemple un trou carré par ligne du carré magique à analyser, et que, de plus, la figure formée par ces trous soit régulière. En particulier, si les trous se décalent régulièrement de ligne à ligne, il suffit que le carré à lire soit diabolique pour que la prouesse se réalise.

Ce genre de problème a été depuis généralisé à des structures magiques qui ne sont pas carrées, mais où les nombres sont par exemple répartis le long de cercles. La grille de lecture adopte alors tout naturellement la forme circulaire, ce qui rend très facile le

déplacement relatif de la structure de nombres d'une part, de la grille percée de trous d'autre part.

On peut généraliser d'une autre façon le défi de Frénicle en essayant de construire des carrés magiques sur des damiers dont certaines cases sont noircies. Bien entendu, ces carrés doivent rester normaux, employant des nombres entiers en succession régulière. Comme dans le cas des grilles de lecture, il est plus simple que les cases noircies forment une figure géométriquement régulière.

Voici un exemple de tel carré « en dentelle », de dimension Six, avec deux cases neutralisées par ligne. Étant normal, ce carré contient tous les entiers de 1 à 24. Sa constante est ainsi le sixième du triangulaire de 24, soit 50. Cette valeur se trouve de multiples façons, en dehors des lignes, colonnes et diagonales principales. La somme des quatre nombres centraux vaut 50, tout comme la somme des nombres des coins (22, 23, 2, 3 ou : 4, 5, 20, 21). On retrouve ce 50 sur des lignes brisées de quatre nombres adjacents : 7, 18, 11, ou encore : 8, 13, 12, 17. Refermant sur lui-même ce damier pour obtenir le tore équivalent, on voit apparaître deux autres petits damiers deux sur deux donnant toujours 50. Ce sont 9, 10, 16 et aussi : 24, 1, 6, 19. Une fois de plus, tout cela n'est pas le fait d'une chance providentielle, mais le fruit tangible des harmonies cachées présidant à la construction de ce genre de carré.

	22	15	9	4	
23	14			8	5
6		7	13		24
19		18	12		1
2	11			17	20
	3	10	16	21	

Carré « en dentelle » de constante magique 50 ; celle-ci se retrouve de multiples façons dans ce carré.

On pourrait corser encore la difficulté en disposant les cases noires plus ou moins au hasard et non plus de façon régulière. Cette fois, j'avoue avoir buté sur la solution. Est-elle même possible ? On n'en sait rien ; plus exactement, je n'ai pas trouvé de réponse dans les revues qui traitent de carrés magiques comme, par exemple, *The Journal of Recreational Mathematics*. Mais je n'ai pas trouvé non plus de démonstrations d'une impossibilité de principe. Alors, à vos damiers !

Les carrés dentelés constituent une autre façon d'aborder la magie arithmétique. Ils descendent en droite ligne de ces damiers crénelés utilisés par Bachet ou Simon de La Loubère pour construire, par cheminement, des carrés de dimension impaire. L'exemple donné ici explique mieux qu'un long discours ce qu'est un carré dentelé (ou crénelé). Il a été élaboré au début de ce siècle par Harry A. Sayles. La dimension Sept pour les deux bras de la croix centrale est la plus petite possible avec ce genre de forme. Comme on peut le constater, la valeur 91 apparaît de nombreuses façons dans cette figure.

			4			
		23	14	15		
	24	19	10	5	8	
1	6	9	13	17	20	25
	18	21	16	7	2	
		11	12	3		
			22			

Carré dentelé normal où de nombreuses lignes non brisées et brisées fournissent la constante de valeur 91.

Pour les découvrir toutes, il suffit de remarquer que deux cases symétriques par rapport à la case centrale contiennent des nombres dont la somme est toujours 26 (la case centrale contenant le pivot 13). Comme 91 est égal à 3 fois 26, plus 13, on comprend

pourquoi de nombreux arrangements de sept cases (3 fois 2, plus 1) fournissent le 91 fatidique.

Une fois libérées, au moins en partie, de la forme carrée pour le damier à remplir, les perspectives de la magie arithmétique commencent à s'ouvrir de plus en plus largement. Il y a bien longtemps que l'on s'est proposé de construire des croix magiques. On trouvera dans l'ouvrage d'Andrews une croix construite par L.S. Frierson ; ce dernier affirma qu'on pouvait y trouver de 160 144 façons différentes, des séquences de 21 nombres de somme 1 471 ! La croix que je donne ici n'est pas aussi riche, mais a l'avantage d'être plus régulière. Sa construction fait appel, qui s'en étonnerait, au grand principe : magie + magie = magie. Les constantes 98 et 196 (double de 98) s'y retrouvent de nombreuses façons. Refermant sur elle-même cette croix pour en faire une sorte de tore, les demi-carrés des bras se réunissent en carrés magiques véritables. En outre, le nombre 98 se lit comme somme des quatre nombres de petits carrés deux par deux (des exemples sont donnés, soulignés par un trait pointillé).

		33	16	34	15		
		14	35	13	36		
31	18	48	1	47	2	32	17
20	29	3	46	4	45	19	30
26	23	41	8	42	7	25	24
21	28	6	43	5	44	22	27
		40	9	39	10		
		11	38	12	37		

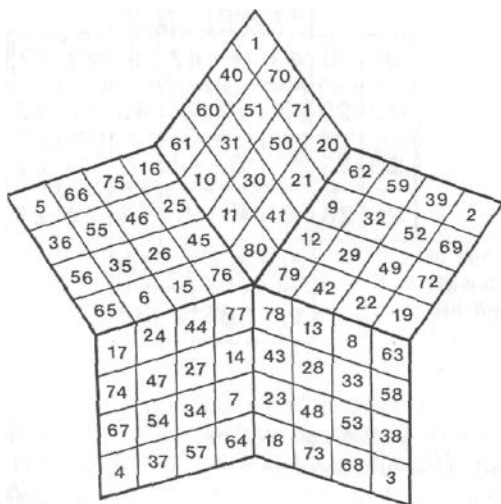
Croix magique de constantes 196 et 98. Le nombre 98 se retrouve dans de nombreux petits carrés de deux fois 2 cases.

De la croix de carrés et rectangles à l'étoile pentagonale de losanges, il n'y a qu'un pas. Franchissons-le avec la figure magique reproduite ici. Construite il y a plus de cinquante ans par

L.S. Frierson, elle est, elle aussi, des plus étonnantes. La constante 162 s'y retrouve de multiples façons. Tout d'abord, dans chacun des cinq losanges magiques. Du coup, toutes les lignes de longueur huit cases, coudées en leur milieu, ont comme somme deux fois 162, soit 324.

Chacun des cinq losanges quatre fois quatre contient cinq petits losanges dimension deux fois deux qui sont magiques, toujours de valeur 162. Par exemple, pour le losange haut gauche (5, 66, 55, 36 ou 55, 46, 26, 35). Et ainsi de suite. Plus subtil : on trouve dans chacun des losanges dimension quatre fois quatre des sous-losanges de dimension trois fois trois dont les nombres de coin additionnés tous les quatre donnent le sempiternel 162. Par exemple 5, 75, 26, 56.

Dans chacun des cinq losanges, deux chiffres seulement sont utilisés pour terminer les nombres : 0 et 1 en haut, 2 et 9 en haut gauche, et ainsi de suite. Et peut-être y-a-t-il encore dans ces losanges magiques d'autres jeux de nombres que je n'ai pas exploré. Une fois encore, ce n'est pas un coup de chance, mais le fruit harmonieux d'une volonté délibérée qui a su trouver les lois de placement des quatre-vingt nombres (le triangulaire de 80 vaut, vous l'aviez sûrement déjà remarqué, vingt fois 162).



Pentagramme magique constitué de cinq losanges magiques. La constante 162 s'y retrouve de multiples façons. Cette figure a été construite par L.S. Frierson, il y a plus de 50 ans.

5. Rectangles et triangles magiques

Du losange au rectangle il n'y a qu'un pas. Est-il possible de construire des figures magiques sur un damier rectangulaire et non plus carré ? Personne ne sera surpris de la réponse : oui, bien sûr ! puisqu'il n'y a pratiquement aucune figure géométrique qui refuse la magie arithmétique. Voici donc un rectangle magique construit par L.S. Frierson. Les constantes sont différentes en ligne et en colonne, c'est normal. Ce rectangle étant de dimension Quatre et Six, on a la proportion :

$$\frac{75}{50} = \frac{6}{4}$$

Vous ne manquerez pas de remarquer la régularité du cheminement qui a servi à placer les entiers successifs. Pourquoi en irait-il différemment pour le carré et le rectangle ? Si les formes diffèrent, la voie reste unique, ou à tout le moins fort similaire.

12	11	10	15	14	13
18	17	16	9	8	7
19	20	21	4	5	6
1	2	3	22	23	24

Rectangle magique de dimensions paires. Ses constantes magiques sont 50 et 75.

Voici un autre rectangle, de dimensions Trois et Neuf, celui-là. Ce n'est pas un hasard si les dimensions du premier étaient toutes deux paires et celles du second toutes deux impaires. Il n'existe pas de rectangle magique dont une dimension serait paire et l'autre impaire. Le mariage des deux principes est exclu ! La démonstration fait appel au calcul, par nombres triangulaires, des constantes en lignes et colonnes. On aboutit, dans le cas pair-impair, à une impossibilité car l'une des constantes devrait être égale à un entier plus un demi. Comme des sommes de nombres entiers sont obligatoirement entières, il y a bien impossibilité. Rien de tel si les deux dimensions du rectangle sont ou toutes deux paires, ou toutes deux impaires.

Ce rectangle est, en quelque sorte, diabolique. Toutes les lignes brisées en diagonales fournissent, comme somme des neuf nombres qu'elles portent, la valeur 126. Par exemple : 4, 3, 8, 18, 14, 10, 20, 25 et 24 ; ou encore : 6, 15, 10, 19, 1, 8, 17, 26 et 24. Vous vous souvenez de la façon dont on passe du damier carré au tore, en raboutant deux à deux les frontières du damier. Rien ne s'oppose à ce qu'on fasse de même avec le rectangle : la figure géométrique résultat est également un tore, et ces diagonales brisées magiques en sont les « lignes d'Univers », ainsi que j'avais proposé de les appeler.

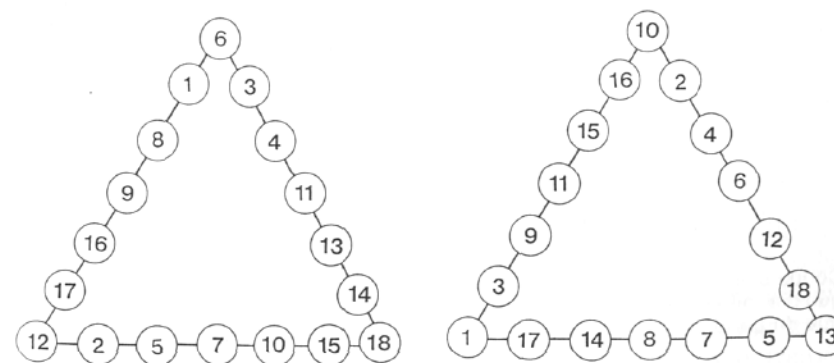
4	17	21	18	19	5	20	6	Ce rectangle magique (3x9) de constantes 42 et 126 se décompose en trois carrés semi-magiques qui, superposés, constituent un cube magique de constante 42.
26	3	13	1	14	27	15	25	
12	22	8	23	9	10	7	11	

Du fait de son diabolisme, ce rectangle magique peut donner naissance à un cube semi-magique : on découpe le rectangle en trois carrés (indiqués par un trait fort sur la figure) que l'on superpose dans l'espace. Je vous laisse le soin de vérifier que les six faces du cube sont des carrés semi-magiques, les sommes en diagonale n'étant, hélas, pas toutes égales à 42 (6 x 7) ! Par contre, pour la beauté de ce cube, les plans diamétraux portent des carrés magiques, la magie arithmétique des diagonales étant cette fois vérifiée.

J'ai emprunté cette belle figure à W.S. Andrews qui explique en détail comment construire des cubes magiques de dimension impaire ou paire. Il fait remarquer que le nombre central est 14 (le tiers de 42), et que les nombres diamétralement opposés par rapport à ce centre ont pour somme 28 (les deux tiers de 42). Tout cela n'était-il pas d'ailleurs presque évident *a priori* pour quiconque aime jouer avec les harmonieux arrangements qui président à toute magie arithmétique.

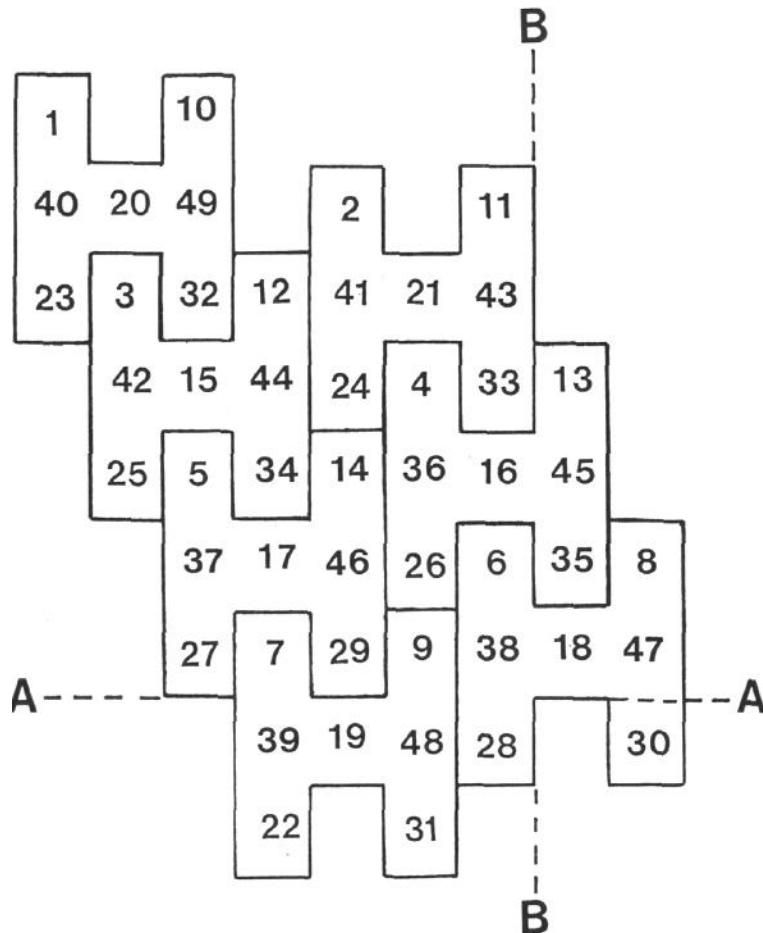
Si le rectangle peut servir de support structural à cette dernière, qu'en est-il du triangle, la plus simple de toutes les figures géométriques ? Une réponse concrète est donnée par les deux triangles de nombres reproduits ici. Je les ai trouvés dans *les Tablettes du Chercheur*, une mine quasi inépuisable que certains

ont pillé sans avoir toujours l'honnêteté de reconnaître ce qu'ils lui devaient. Ces triangles sont non seulement magiques, mais bimagiques. Les sommes des carrés des nombres portés sur l'un des trois côtés du triangle sont égales, tout comme les sommes des dits nombres. Les constantes du triangle de Frolov sont reliées entre elles, puisque $65 = 5 \times 13$ et $793 = 13 \times 61$, -mais il n'en est pas de même pour le triangle construit par Cocoz.



Deux triangles bimagiques dus, celui de gauche à Cocoz (constantes de 69 et 871), celui de droite à Frolov (constantes de 65 et 793), publiés en 1892 dans *Tablettes du chercheur*.

Étoiles et polygones magiques



Coupé selon AA et BB, ce pavage de sept « heptaminos » donne un carré magique diabolique de dimension Sept. Chaque heptamino vaut 175, constante magique du carré.

1. Magie multiple dans les étoiles

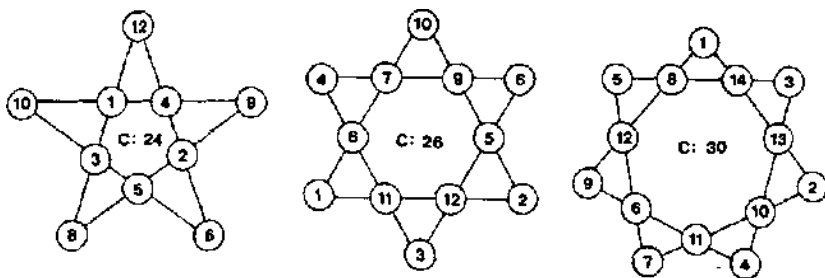
Pour construire un polygone régulier de nombre de côtés N , on place sur un cercle N points régulièrement espacés, et l'on réunit chaque point à celui (ou à ceux) qui est (sont) le plus proche (les plus proches). Il n'existe pas de polygone à deux côtés seulement. Celui à trois côtés est le triangle et celui à quatre le carré. Avec cinq points régulièrement espacés sur la circonférence d'un cercle on construit un pentagone, cette figure chérie des pythagoriciens car elle recèle la *Section Dorée*, ce qu'on appelle plus communément aujourd'hui le *Nombre d'Or*. Ce dernier s'exprime simplement à l'aide de la racine carrée du nombre 5 caractéristique du pentagone.

Mais cinq points régulièrement espacés sur le cercle permettent de construire une autre figure : il suffit de relier les points de deux en deux en laissant à chaque fois un sommet libre. Le résultat est une étoile à cinq pointes, tout aussi vénérée par Pythagore et ses disciples, et en honneur chez tous les ésotéristes, les occultistes amateurs de secrets s'en étant emparés pour construire de puissants talismans. Agrippa parle fort longuement, et fort savamment, du pentagramme, cette figure que l'on connaît sous de multiples noms : *pentalpha* (elle ressemble à cinq lettres A entremêlées), *étoile flamboyante* (on y voit l'Homme bras et jambes étendus), etc. Il n'y a pas d'étoile correspondant au carré (en joignant

les sommets de deux en deux, on trace les deux diagonales), ni au triangle.

Peut-on faire de la magie arithmétique avec le pentagramme ? Oui et non ! L'étoile à cinq pointes possède cinq sommets et cinq points d'intersection formant en miroir des pointes un pentagone régulier. Chacun des dix nombres à disposer en ces endroits intervient sur deux lignes à « magifier » arithmétiquement : la somme de tous les nombres selon les cinq lignes de l'étoile est donc le double du triangulaire de 10, soit deux fois 55, ou 110. La constante selon une ligne est le cinquième, soit 22 (curieuse coïncidence avec le nombre de lettres de l'alphabet hébraïque, qui réjouira certains kabbalistes). Il n'y a donc pas de raisons, *a priori*, pour s'opposer à la construction d'un pentagramme magique ; pourtant personne n'a jamais su en construire un et l'on a pu démontrer que la construction est effectivement impossible.

Cette fois, la preuve de cette impossibilité est fort abstraite et il ne saurait être question de la donner, même en annexe. Je renvoie qui voudrait s'informer à l'ouvrage de Harry Langman : *Play Mathematics* (1962). Il y a pourtant une étoile magique à cinq pointes reproduite ici : oui, mais elle n'est pas normale. Les dix premiers nombres n'y figurent pas tous, il a fallu omettre 7, remplacé par 12 (on pourrait longuement épiloguer sur cette substitution l'un à l'autre de deux nombres qui possèdent, l'un et l'autre, une riche tradition d'usage sacré). Du coup, la constante de ce pentagramme n'est plus 22, mais le nombre pair immédiatement supérieur : 24.



Quelques étoiles magiques, parmi les plus simples possibles.

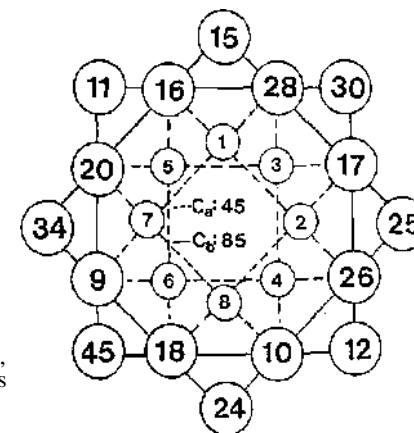
L'étoile magique à six pointes donnée ici est normale, magiquement normale s'entend ! Ce sont les douze premiers nombres qui figurent à ses six sommets et aux six points d'intersection de ses six côtés. A dire vrai, cette étoile, l'hexagramme traditionnel ou Sceau de Salomon (tristement rendu célèbre par les nazis), n'est pas un vrai polygone étoile. Ses deux triangles mêlés ne constituent pas une ligne continue fermée sans fin sur elle-même. Le second vrai polygone étoile est celui construit avec sept points sur le cercle. En passant, rappelons qu'on ne sait pas placer ces points « avec la règle et le compas », ce qui ne veut pas dire qu'il n'existe pas une foule de constructions approchées de l'heptagone, certaines fort curieuses.

La constante magique de l'étoile à sept pointes donnée ici : 30, est bien égale au septième du double du triangulaire de 14 (soit 105):

$$30 = \frac{(2 \times 105)}{7}$$

Cette étoile n'est pas un individu exceptionnel, car unique de son espèce. On sait construire 56 étoiles magiques à sept pointes normales, toutes différentes l'une de l'autre.

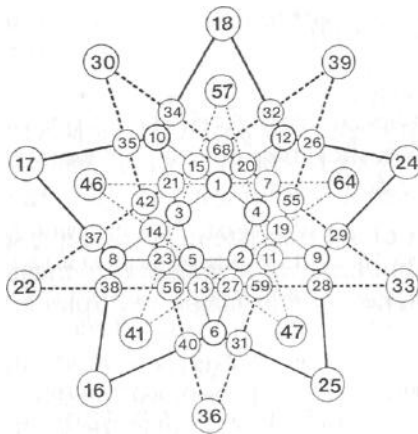
Quand le nombre de pointes de l'étoile atteint, puis dépasse huit, on peut laisser aller plus librement les arrangements magiques et faire ce qu'on pourrait appeler de la magie multiple. La



Étoile octogonale bimagique, non normale, de constantes 45 (pointillés) et 85 (traits pleins). Cette figure est due à F. Morton.

figure octogonale reproduite ici a été construite par Frederick Morton, au début de ce siècle. Les constantes diffèrent pour lignes en trait plein et lignes en pointillé. Cette étoile n'est pas normale, les nombres ne s'y succédant plus régulièrement au-delà du nombre 12.

Et que dire de cette belle étoile à dix pointes qui, toujours non normale, est quatre fois magique, avec des constantes de 58 pour les traits pleins fins, de 139 pour les traits pointillés fins, de 62 pour les gros traits pleins et enfin de 276 pour les gros pointillés ? Toujours due à Frederick Morton, cette étoile utilise d'abord les nombres de 1 à 42, sans trous. Les nombres suivants sont, semble-t-il, les plus petits possibles capables de réaliser l'arrangement désiré.

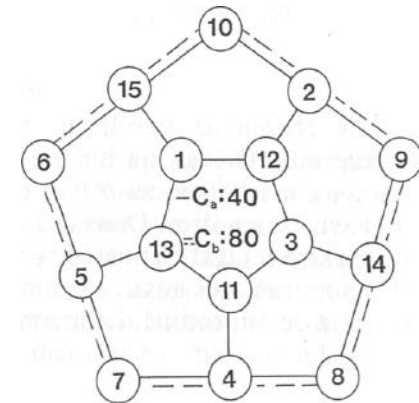


Étoile quatre fois magique, construite par F. Morton.

2. Les polygones de Salomon

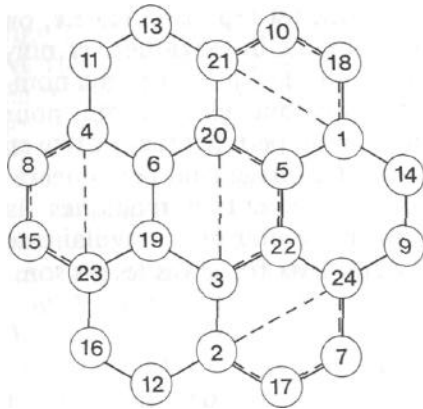
Non, il ne s'agit pas du roi biblique ! Malgré la grande sagesse de ce monarque, il ne s'intéressa sûrement pas aux carrés magiques, pour la bonne raison qu'ils n'avaient pas encore été inventés ! Le Salomon dont je parle ici a vécu aux débuts du XX^e siècle, inventant, lui, la magie polygonale sur les pentagones

et les hexagones. Son pentagone magique est reproduit ici. Le, ou plutôt les pentagones de C. Salomon sont bi-magiques, et normaux. Les entiers s'y succèdent sans trou de 1 à 15. Les dix nombres qui sont le long du grand pentagone externe ont pour somme 80. Se reflétant en son centre en un petit pentagone tête en bas, le grand pentagone définit avec cette image cinq petits pentagones périphériques. Ces six polygones sont tous magiques, la valeur de la constante étant le sixième du double du triangulaire de 15 (chaque nombre de 1 à 15 intervient deux fois dans les six sommes).



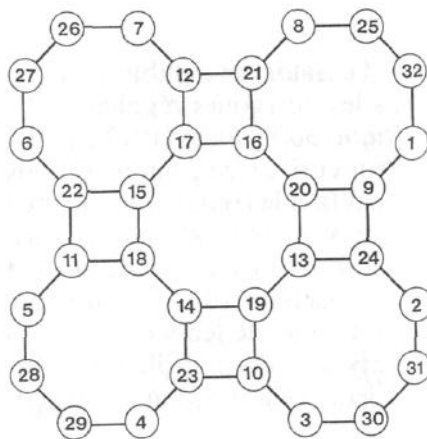
Pentagones magiques construits au début de ce siècle par C. Salomon. Le grand pentagone externe (en pointillés) a comme constante 80, et les six petits pentagones (traits pleins), 40.

C. Salomon a publié deux ouvrages sur la magie arithmétique dans les polygones réguliers : d'abord des *Essais de magie arithmétique polygonale* (1912), puis de *Nouveaux essais...* (1913). Le lecteur curieux de démonstrations les trouvera dans ces livres, fort rares il faut le reconnaître. Je me borne à donner ici deux exemples concrets de réalisations de l'inventeur de la magie polygonale. Voici d'abord un pavage de sept hexagones ayant comme constante magique 75. Plusieurs trapèzes moitié d'hexagones sont pour somme de leurs quatre nombres 50 (les $\frac{4}{6}$ de 75) ; ils sont figurés en traits pointillés dans la reproduction donnée ici. Il y en a d'ailleurs d'autres dans l'hexagone central ; à vous de les découvrir !



Pavage magique d'hexagones construit par C. Salomon en 1913. La constante est de 75 ; plusieurs trapèzes fournissent la valeur 50 (2/3 de 75).

Ce chercheur étendit la magie arithmétique aux pavages d'octogones. On sait qu'il n'est pas possible de paver sans trou le plan avec ces polygones à huit côtés ; des carrés d'assemblage se montrent nécessaires. Dans la figure reproduite ici, il faut avouer que le carré central ne possède pas la même perfection que les quatre octogones. Ici aussi, de nombreux trapèzes ont une somme magique de 50, moitié de la constante 100 des octogones.



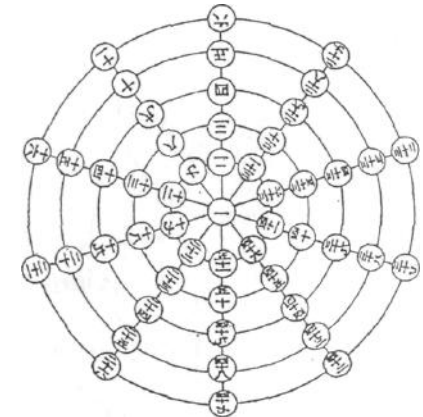
Pavage magique d'octogones construit par C. Salomon en 1913. La constante est de 100; plusieurs trapèzes fournissent la moitié, soit 50.

On peut imaginer de nombreuses variantes dans les pavages magiques. Dans une voie fort différente, la planche en début du présent chapitre utilise sept « heptaminos » (formés de sept carrés adjacents, tout comme les dominos sont formés de deux carrés adjacents). Les sept nombres de chaque heptamino ont pour somme 175). En coupant ce pavage selon les lignes en pointillés AA et BB, on peut, avec les morceaux obtenus, reconstituer un carré magique diabolique de dimension Sept. Une fois de plus, ce sont les *Tablettes du chercheur* (année 1895) qui m'ont fourni cette curieuse façon de faire de la magie avec des nombres entiers successifs.

3. Magie circulaire et sphérique

Lorsque le nombre de côtés d'un polygone augmente, la figure tend vers la forme circulaire. Alors, pourquoi pas de la magie circulaire ? Pourquoi pas, en effet ! A dire vrai, la magie circulaire est beaucoup plus ancienne que la magie polygonale.

Sur cette vieille gravure chinoise due à Seki Kowa, un mathématicien chinois du XVII^e siècle, je suis bien incapable de lire les nombres figurant sur les rayons des cercles, mais je suis prêt à

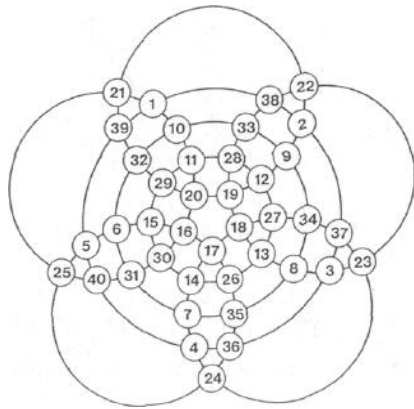


Cercles magiques tracés par le mathématicien chinois Seki Kowa (XVII^e siècle).

parier que la magie est identique à celle inventée par Frénicle et que développeront les Français Sauveur (en 1710), puis B. Violle (en 1838). On dispose sur les cercles portant les nombres une grille circulaire, percée de fenêtres, avec autant de fenêtres que de cercles. Quand on fait tourner la grille aux fenêtres sur l'ensemble de cercles, on sélectionne des nombres (cinq dans le cas de Seki Kowa). La somme de ces nombres est toujours la même, quelle que soit la position angulaire relative des cercles fixes et des fenêtres mobiles.

Peut-être les Chinois se servaient-ils des nombres ainsi trouvés dans un but divinatoire ? Avec six cercles, on pourrait faire une figure bien alléchante : celle de vos nombres pour le Loto ! Après tout, on a bien utilisé au XVIII^e siècle des carrés magiques pour sélectionner les assemblages de nombres propres à faire gagner à la Loterie royale, cette forme ancienne du Loto (à moins que le Loto ne soit, plus exactement, la résurrection de l'ancienne Loterie royale) !

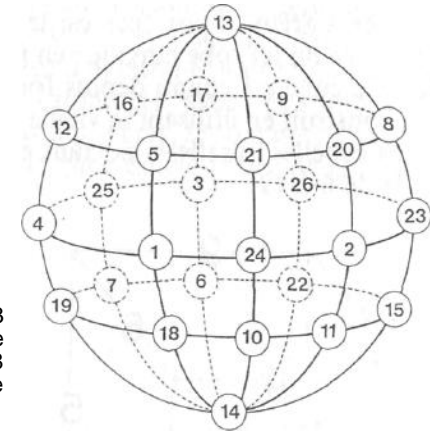
Trêve de plaisanteries ! Les cercles magiques firent l'objet d'études par Harry A. Sayles, qui écrit à leur propos : « *Cercles et sphères magiques ont été, à ce qu'il semble, beaucoup moins étudiés que les carrés et cubes magiques. On ne peut pourtant pas dire que leur diversité et leur intérêt soit plus limité. Il se pourrait bien que ce soit la difficulté de les représenter sur une feuille de*



Ces 8 cercles entrelacés définissent, par leurs intersections, 5 chapelets magiques de chacun 10 nombres (constante : 205).

papier qui soit à l'origine du peu d'intérêt constaté. » Et c'est vrai que des cercles entrelacés ont tendance à se déployer dans l'espace, comme on le voit sur cette figure calculée par Harry Sayles. Trois cercles concentriques sont intersectés par cinq cercles disposés de façon pentagonale. Les 40 points d'intersection se regroupent en cinq chapelets circulairement magiques, avec 205 (5 fois 41) comme constante. On trouve la même magie selon les trois cercles concentriques. Étant normal, cet arrangement est fort harmonieux.

Les sphères magiques sont, comme le souligna Harry Sayles, plus difficiles à bien représenter dans le plan. Vous jugerez par vous-même sur cet exemple qui ne manque pas de résonances en numérologie sacrée. Les vingt-six premiers nombres ponctuent trois (impair) parallèles et quatre (pair) méridiens d'une sphère. La constante magique de 108 est le produit du Carré Pair par le Cube Impair : $108 = 2^2 \times 3^3$.



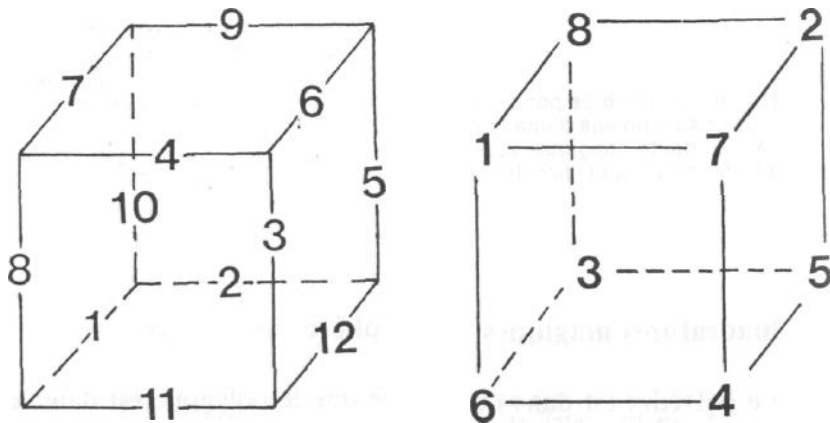
Les 26 premiers nombres ponctuent 3 parallèles et 4 méridiens d'une sphère dont la constante magique est 108 (produit du carré pair par le cube impair).

4. Quadratures magiques de la sphère

Le polyèdre est dans l'espace ce que le polygone est dans le plan. Depuis Platon au moins, on connaît les cinq polyèdres dits réguliers, les faces de chacun d'eux n'utilisant toutes qu'une seule

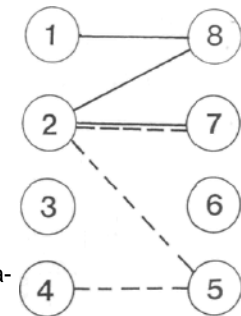
et même forme géométrique régulière. Pour le tétraèdre, quatre triangles équilatéraux. Pour le cube, six carrés. Huit et vingt triangles équilatéraux pour, respectivement, l'octaèdre et l'icosaèdre. Enfin, douze pentagones pour le dodécaèdre, que Platon jugeait si harmonieux qu'il en fit le modèle cosmique utilisé par le D miurge pour organiser l'Univers.

Le cube a fait l'objet de beaucoup d'études en magie arithmétique ; on vient de voir un rectangle qui se transformait en cube magique. Mais on peut vouloir réaliser la magie d'une autre façon, par exemple en plaçant les 12 premiers nombres entiers sur les 12 arêtes d'un cube, de telle sorte que les sommes des 4 nombres situés sur une quelconque face du cube restent constantes. Ce n'est pas impossible : dans ce genre de magie, chaque nombre intervient au total deux fois (par deux faces adjacentes). Le grand total mis en jeu est le double du triangulaire de Douze, soit 156. Comme il faut considérer 6 faces, le total des 4 nombres portés par les 4 arêtes d'une face est le 1/6 du grand total, soit 26. On trouvera un tel cube magique en partie gauche de la figure donnée ici. Ce cube est connu depuis fort longtemps ; il a probablement été construit en utilisant la vieille méthode de W.S. Andrews, avec deux échelles parallèles portant en vis-à-vis les nombres de 1 à 6, puis de 6   12.



A gauche : magie sur les arêtes d'un cube (constante 26).
A droite : quadrature magique de constante 18.

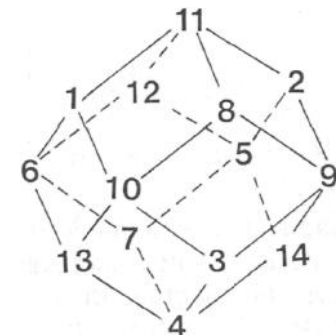
On peut vouloir réaliser une autre magie qui est en quelque sorte une « quadrature magique » de la sphère. Il s'agit cette fois de placer magiquement les nombres de 1 à 8 aux huit sommets du cube ; *a priori*, ce n'est pas impossible non plus. Cette fois, chaque nombre interviendra trois fois dans le grand total des 6 faces. Ce grand total est donc le triple du triangulaire de Huit, soit 108 (un nombre bien connu des num rologues qui vaut 2^2 fois 3^3). La constante magique, somme selon une face des quatre nombres placés aux quatre sommets définissant cette face, est le 1/6 du grand total, soit 18, un nombre entier comme dans le cas précédent. Si j'utilise le mot de quadrature magique, c'est que deux faces adjacentes d'un cube ont finalement beaucoup de parenté avec deux grands cercles orthogonaux d'une sphère (en toute rigueur, les puristes en matière de langage mathématique parlent « *d'équivalence topologique* »). Ce dernier problème a été traité au début du siècle par Harry A. Sayles qui a mis en évidence les deux séquences : 4, 7, 1, 6 et 5, 2, 8, 3, toutes deux de somme 18, cela en utilisant un diagramme «   la Andrews » donné ici. Il n'est pas très difficile de continuer à exploiter ce diagramme pour trouver comment placer les 8 nombres aux 8 sommets, avec des sommes de respectivement 6, 8, 10 et 12 pour des paires de sommets diagonalement opposés. Le résultat est le cube magique donné en partie droite de la figure ci-dessus.



Ce graphique «   la Andrews » permet de réaliser la quadrature magique de la sphère.

On peut aller plus loin dans les « quadratures magiques » de la sphère. Voici, en hommage à l'Ange de *Melencolia*, songeur devant son rhomboèdre à pointes tronquées, un rhomboèdre à 12 faces, la constante magique étant de 30 (le 1/12 de trois fois le

triangulaire de Quatorze, plus 4, 5, 6, 9, 10 et 11 — certains sommets jouant trois fois et d'autres quatre fois — soit le 1/12 de 360). Je vous laisse le soin de tracer les lignes à 4 nombres dans un diagramme « à la Andrews » : elles forment un réseau géométrique très beau. On notera la « régularité » du tracé, les sommets opposés portant des nombres de somme toujours égale à 15, moitié de 30 tout naturellement. Bien entendu, deux sommets opposés possèdent le même nombre (3 ou 4) d'arêtes. L'octaèdre de la page 98 est un autre exemple de « quadrature magique » ; comportant en quelque sorte trois grands cercles, il a été, lui aussi, obtenu par un diagramme « à la Andrews ».



En hommage à l'Ange de *Melencolia*, rhomboèdre magique (constante 30) construit par la méthode de W.S. Andrews.

CHAPITRE IX

Curiosités en tout genre

1. Jeux en premiers et en impairs

Un livre sur les carrés magiques ne serait pas complet si Ton n'y faisait figurer quelques-unes de ces fleurs rares que l'on peut cueillir dans le vaste florilège des curiosités de la magie arithmétique. A tous seigneurs, tous honneurs. Je transpose à la forme plurielle, puisqu'il ne faut pas moins de 144 nombres premiers, ces seigneurs parmi la foule des nombres, pour écrire le carré magique donné ci-après. Les nombres premiers s'y succèdent dans leur ordre naturel, du premier 1, jusque 827, cent quarante-quatrième nombre premier. Vous remarquerez que le nombre 2 ne figure pas dans ce carré. C'est que deux, principe du Pair, est un nombre premier bien à part. Est-il d'ailleurs premier, au plus profond de sa nature ? On en discute. Donc, il a fallu l'exclure pour réaliser ce tour de force que fut la construction de ce carré en 1913 par l'Américain J.-N. Muncey ; il fut publié dans la revue *Scientific American*.

J.-N. Muncey montra que la dimension Douze est la plus petite permettant la chose. Mais on peut construire des carrés magiques de dimension moindre n'utilisant que des nombres premiers, à condition que ces derniers ne soient plus consécutifs. Voici un exemple de tel carré, construit en 1919 par A. Gérardin, alors professeur au lycée de Nancy. J'avoue que l'homonymie m'a frappé mais, bien que Lorrain d'origine moi-même, né à Nancy, aucun lien de parenté ne me lie à lui, sauf cet intérêt commun pour les carrés magiques.

1	823	821	309	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
65S	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
82-	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Carré magique construit en 1913 par J.-N. Muncey à l'aide des 144 premiers nombres premiers impairs. La dimension Douze est la plus petite dimension possible pour un carré magique construit avec des nombres premiers se succédant sans trou.

1	11	53	79
73	59	5	7
23	13	67	41
47	61	19	17

Ce carré magique ne comporte que des nombres premiers. C'est, pour la dimension Quatre, celui dont la constante (144 ou 12x12) a la plus petite valeur possible. Ce carré est, en outre, un peu diabolique. Il est dû à A. Gérardin (1919).

En dimension Quatre, ce carré est celui dont la constante a la plus petite valeur possible, une valeur assez remarquable d'ailleurs : 144, douze fois douze. Il est partiellement diabolique, les deux diagonales brisées 11, 73, 41, 19 d'une part, et 53, 7, 23, 61 d'autre part donnant également 144.

Peut-on construire un carré magique en n'utilisant que des nombres impairs, tout comme on vient de le voir avec des premiers ? Bien sûr, et cette fois la dimension peut être plus réduite. Voici un carré dimension Huit construit avec les 64 premiers nombres impairs. Vous remarquerez la symétrie qui a présidé au placement de ceux-ci.

Ce carré magique symétrique de dimension Huit est formé à l'aide des 64 premiers nombres impairs, à l'exclusion de tout nombre pair (d'après W. Benson).

1	3	123	121	119	117	13	15
17	19	107	105	103	101	29	31
95	93	37	39	41	43	83	81
79	77	53	55	57	59	67	65
63	61	69	71	73	75	51	49
47	45	85	87	89	91	35	33
97	99	27	25	23	21	109	111
113	115	11	9	7	5	125	127

On peut jouer d'une autre façon avec l'Impair, chercher par exemple à construire un carré où nombres pairs et nombres impairs soient géométriquement séparés. Voici une fleur de cette espèce rare, construite par L.S. Frierson au début du siècle. Les

nombre impairs sont tous dans un crénelage central, et les pairs autour. Deux nombres symétriques par rapport au centre, qu'ils soient pairs ou impairs, ont toujours pour somme 82. Le nombre pivot du carré, soit 41, est donc en case centrale. Ce carré possède une foule de propriétés curieuses. En particulier, le carré dimension Cinq des nombres impairs situés en diagonales : 73, 7, 79, 45, 1 puis : 27, 57, 23, 21, 77, etc., est magique (constante 205). Tout comme le carré dimension Quatre des lignes diagonales d'impairs situés entre les précédents (lignes 65, 35, 53, 11 puis : 15, 49, 31, 69, etc.), de constante 164. Une bien curieuse fleur d'arithmogéométrie magique !

42	58	68	64	1	8	44	34	50
2	66	54	45	11	77	78	26	10
12	6	79	53	21	69	63	46	20
52	7	35	23	31	39	67	55	60
73	65	57	49	41	33	25	17	9
22	27	15	43	51	59	47	75	30
62	36	19	13	61	29	3	76	70
72	56	4	5	71	37	28	16	80
32	48	38	74	81	18	14	24	40

Dans ce carré magique construit par L.S. Frierson au début du siècle, nombres pairs et impairs sont géométriquement bien séparés.

2. Avec les décimales de Pi

On peut chercher à construire un carré magique dont une ligne, par exemple la dernière en bas, fournirait le début du nombre Pi avec ses décimales. C'est ce qui a été fait avec le carré dimension Cinq donné ici. On lit en dernière ligne 3,14159265. Le carré est évidemment non normal. On a utilisé pour finir de le remplir une de ces structures abstraites que permet d'obtenir un cheminement cyclique régulier. La constante de ce carré est de 189 (soit 3 à la quatrième puissance multiplié par 7). Question : est-il

possible de construire un carré analogue de dimension Six (avec donc deux décimales de plus pour Pi), voire de dimension Sept ? La question semble n'avoir pas encore reçu de réponse, du moins à ma connaissance.

16	115	43	4	11
44	1	12	39	93
35	17	94	41	2
91	42	25	13	18
3	14	15	92	65

On lit les premières décimales de Pi dans la ligne inférieure de ce carré magique (non normal).

Et voici une fleur rare, concernant également le nombre Pi ; elle fut cueillie vers 1975 par l'Américain E. Lobeck. Ce curieux de nombres construisit d'abord le carré magique dimension Cinq reproduit ici. La construction met en œuvre un classique cheminement à la De La Loubère. Les nombres figurant dans les cases de ce carré peuvent servir à numérotter les décimales successives de Pi, le nombre 1 désignant l'entier 3 avant la virgule. Le nombre 2 correspond à la première décimale 1, le nombre 3 à la seconde 4, et ainsi de suite jusque 25 qui correspond à 3, vingt-cinquième chiffre de Pi, ou vingt-quatrième décimale. Cela fait, E. Lobeck mit dans chaque case le chiffre de Pi correspondant au rang repéré par le nombre initialement situé dans ladite case. Le résultat est le tableau reproduit en partie droite de la figure.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

17	29	25	24	23	
2	4	3	6	9	24
6	5	2	7	3	23
1	9	9	4	2	25
3	8	8	6	4	29
5	3	3	1	5	17

Remplaçant dans le carré magique de gauche chaque nombre par la décimale de Pi de rang égal, E. Lobeck obtient le carré de droite pour lequel chaque somme en ligne correspond à une somme en colonne. Curieuse, n'est-ce pas !

Ce tableau n'est pas magique, ce serait trop beau ! N'est-il pas curieux, quand même, de trouver pour les sommes en lignes la même suite de nombres que pour les sommes en colonnes (les diagonales ne sont pas à considérer). Le carré magique traditionnel de Cinq, celui d'Agrippa, ne donne rien de semblable : aucun nombre commun pour les sommes en lignes et en colonnes. De façon plus générale, ni le carré traditionnel de Trois, ni celui de Quatre, ni celui de Six, ni celui de Sept ne donnent de résultat analogue. Cela n'est pas pour étonner : si l'on jette au hasard des chiffres de 0 à 9 dans les cases d'un damier carré, la chance de trouver une même suite de valeurs pour les sommes en lignes et en colonnes est faible. Quelle est-elle au juste ? Je pense qu'on ne peut pas la calculer à la main, il faut faire une expérimentation en construisant un grand nombre de tels damiers et en observant les résultats. Ce faisant, on trouvera sans doute une fois de temps en temps des résultats curieux, analogues à celui de Lobeck. Le hasard est un bien étrange animal !

Oui mais, dans le cas présent, il ne s'agit pas vraiment de hasard : les nombres du carré magique ont été disposés dans les cases du damier à l'aide d'un cheminement régulier, et les décimales de Pi sont calculées par un autre processus, tout aussi rigoureux. Alors ? comment, et pourquoi cette mystérieuse harmonie entre ces deux suites apparemment sans lien aucun ? Je n'ai pas de réponse générale à vous donner mais quand je dis que les carrés magiques peuvent nous faire profondément réfléchir sur la complexité des choses, n'ai-je pas raison ?

3. Magie géométrique

La magie géométrique a déjà été mentionnée dans des pages précédentes. Rappelons ce dont il s'agit : on considère, non plus des sommes de nombres, mais leurs produits. Il est très facile de construire, à partir d'un carré arithmétiquement magique, un carré géométriquement magique : il suffit pour cela de remplacer chaque nombre du premier carré par le nombre 2 élevé à la puissance indiquée car ledit nombre. Mais l'on arrive vite à des nom-

bres très grands. Pour le carré de Trois, le 9 remplacé par 2^9 donne déjà un nombre à 3 chiffres (512). Avec un carré dimension Cinq, on arrive à un nombre à 8 chiffres (33 554 432). Comment écrire de tels nombres dans les cases du damier ! On comprend donc que la magie géométrique ait été peu développée, en dépit de sa vénérable antiquité. Stifel, Spinula, Kircher entre autres l'ont connue et l'ont décrite en clair.

Mais on peut construire une magie géométrique plus élégante, en cherchant à utiliser des nombres aussi petits que possible. Voici un carré dimension Trois construit à l'aide du Pair et de l'Impair seulement (tous les nombres sont des puissances de 2 ou 3, ou sont des produits de ces puissances, plus évidemment l'unité à y adjoindre). La constante de magie géométrique n'est autre que le grand nombre platonicien et pythagoricien Deux Cent Seize, fruit géométrique du Cube Pair par le Cube Impair : $216 = 2^3 \times 3^3$.

18	1	12
4	6	9
3	36	2

Ce carré magique géométrique construit à l'aide du Pair et de l'Impair a comme constante 216 (produit du Cube par le Cube Impair).

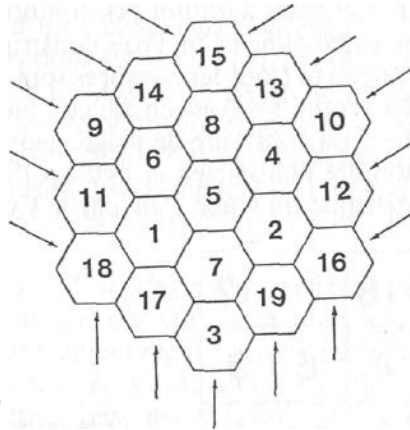
Qui a le premier construit ce carré géométrique ? Il semble que son origine soit fort ancienne ; je le reproduit ici, d'après *les Tablettes du chercheur* (année 1893).

4. Les malheurs d'Adams

En 1957, Clifford W. Adams a publié le curieux pavage hexagonal reproduit ici. Les sommes selon les directions fléchées valent toutes 38, en dépit des nombres différents de cases additionnées : 3, 4 ou 5. Le pavage est normal puisque les nombres de 1 à 19 s'y succèdent sans manque (au fait : $38 = 2 \times 19$). On trouve de 3×5 façons différentes la somme constante, et personne ne sera

surpris de voir trôner dans la case centrale le Cinq, nombre du mariage et de l'harmonie pour les pythagoriciens (et aussi, vous vous en souvenez, les Chinois).

On raconte qu'Adams mit des années à construire cet harmonieux arrangement. Ayant par mégarde égaré le papier sur lequel était inscrit le résultat, il mit cinq ans... pour retrouver son précieux bout de papier !



Pavage hexagonal magique de C.W. Adams.

Le carré SATOR

1. Amulettes de tous les âges

Si des carrés magiques furent, à toutes les époques, utilisés comme puissants talismans par des magiciens subjugués par leurs mystères, il en alla de même pour le carré magique de lettres SATOR. On se rappelle en quoi consiste ce carré : la formule palindrome en cinq mots de cinq lettres chaque : SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS, peut se disposer en carré de lettres selon la disposition reproduite ici. La phrase se lit alors en commençant par n'importe quel coin, dans n'importe quel sens. Magie de ce plus que parfait palindrome !

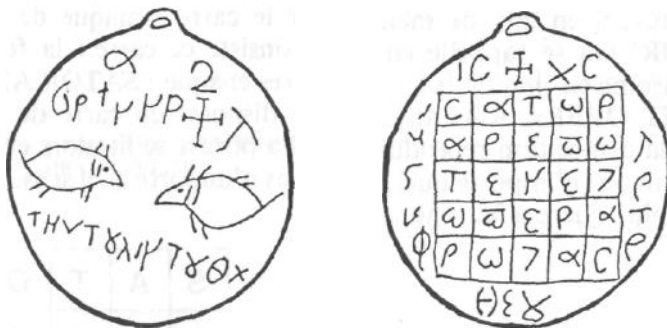
Le carré de lettres semi-magique SATOR.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

D'accord, les diagonales sont dépourvues de sens ; il ne faut quand même pas exiger l'impossible ! Bornons-nous pour le moment à noter ce curieux point : aucune voyelle sur ces deux

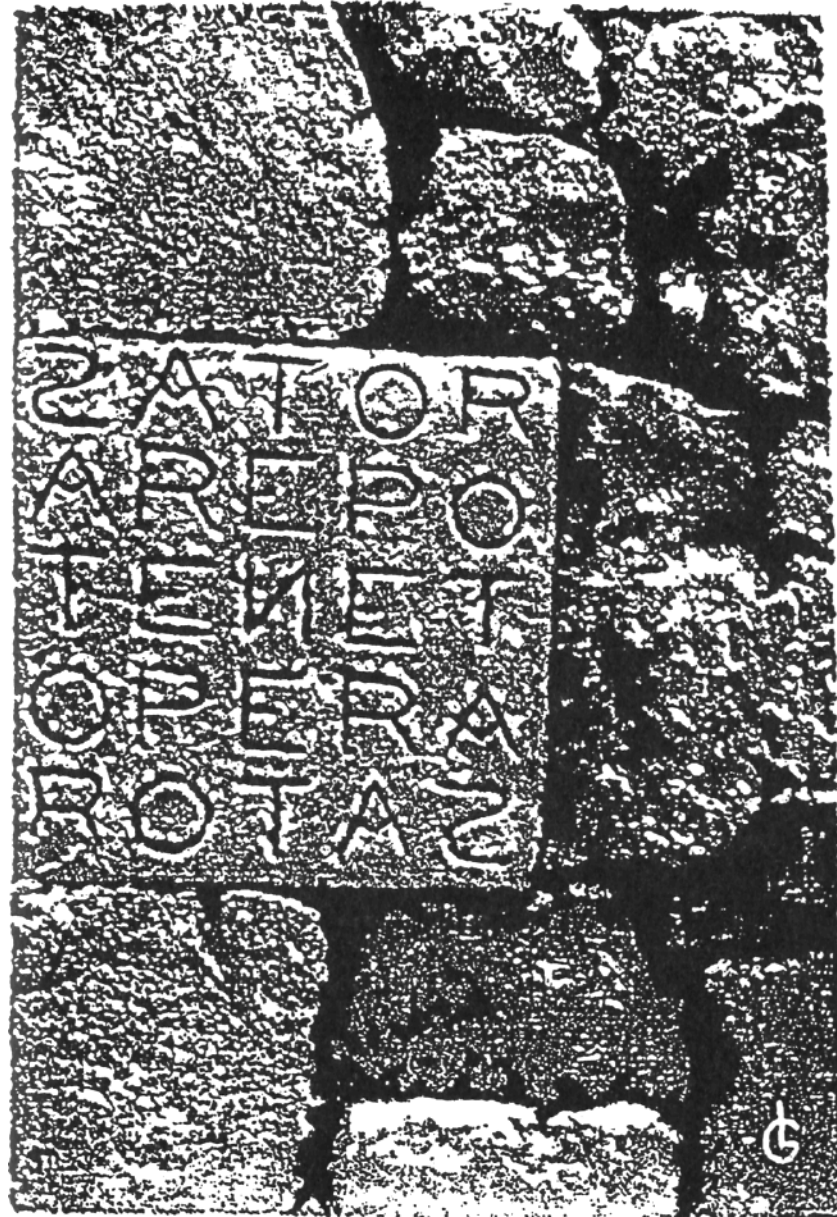
LES CARRÉS MAGIQUES

lignes obliques, rien que des consonnes, avec une répétition de lettres par rapport à la case centrale dont la lettre N est unique, alors que les autres lettres figurent toutes deux ou quatre fois. Le SATOR figura de tout temps sur des médailles talismaniques ; voici un exemplaire fort ancien que possède (ou possédait, car qu'est devenu cet objet dans les tourmentes de la guerre ?) le Musée d'État de Berlin. Cette médaille provient d'Asie Mineure et daterait du VI^e siècle ; elle est manifestement d'inspiration chrétienne, avec ses deux poissons (le mot grec pour poisson : *ikthus*, se forme avec les initiales des mots : Jésus-Christ, de Dieu le Fils, le Sauveur), Avec aussi l'alpha et l'oméga. Il est moins facile de déchiffrer le sens des autres lettres figurant sur l'amulette. Le carré SATOR est écrit en lettres grecques. Notez ce point : on a trop souvent tendance à penser que le SATOR est une formule latine alors qu'il fut souvent transcrit en grec.



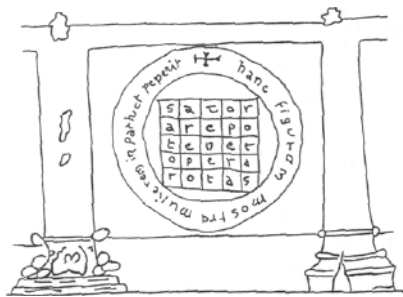
Carré SATOR sur une amulette chrétienne. Asie Mineure, VI^e siècle (Musée d'État de Berlin).

Discutant de la célèbre formule, Jean Marqués-Rivière écrit dans son classique : *Amulettes, talismans et pentacles* (Paris, 1938) : « Les coptes nomment les cinq clous de la croix du Christ de chacun des cinq vers du SATOR. Les Byzantins lui ont fait jouer un rôle singulier : ils en ont fait les noms des bergers témoins de la Nativité ! Dans la chapelle de Saint-Eustathe, à Gueurémé (Cappadoce)... les trois bergers sont appelés Sator, Arepo, Teneton.



Carré SATOR gravé sur une pierre cassée encastrée dans le montant d'une porte à Oppède, Vaucluse (sans doute peu ancien).

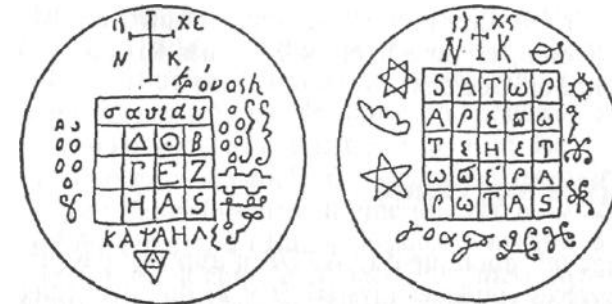
« Tout le Moyen Age a connu cette formule, la Gaule en particulier. Le plus ancien exemple en est donné dans une Bible de 822, provenant de l'abbaye de Saint-Germain-des-Prés qui porte le SATOR en cul-de-lampe. La formule fut aussi employée comme prophylactique. » En 1932, G. Letonnelier a fait connaître dans les *Cahiers d'Histoire et d'Archéologie* l'amulette reproduite ici ; trouvée dans la région d'Aurillac, elle remonterait au XIV^e siècle. L'inscription qui s'enroule autour du carré : *Hanc figuram mostra mulierem inpartu etpeperit*, indique que cet objet magique favorisait la délivrance des femmes en couches. Curieuse coïncidence : les magiciens arabes utilisaient également un carré magique dans le même but, à ceci près qu'il s'agissait du carré de nombres de dimension Trois.



Carré SATOR figurant (avec d'autres carrés) sur un talisman destiné à faciliter les accouchements (région d'Aurillac, début du XIV^e siècle).

Il serait facile d'allonger le petit musée des SATOR amulettes. La médaille reproduite ici, d'après une publication de Waldemar Deonna dans la *Revue des Études grecques* (1907), provient de Thâsos, une île grecque voisine de l'île de Samothrace. Écrite en caractères grecs, elle remonterait au XVI^e siècle. Il n'est pas facile d'interpréter les figures et inscriptions figurant autour du carré SATOR, ainsi que de l'autre côté de la médaille ; ce n'est d'ailleurs pas mon propos ici.

Voici, pour terminer mon petit musée imaginaire, une pièce des plus curieuses. Elle m'a été signalée par André Bouguenec, un ami d'Alex Bloch, ce passionné du SATOR que nous allons de nouveau écouter. Il s'agit d'un bol doré que possède le Musée des antiquités de Stockholm. Cette pièce d'orfèvrerie fut découverte



Carré SATOR sur une médaille talismanique trouvée dans l'île de Thâsos (voisine de Samothrace), vers le XVI^e siècle.

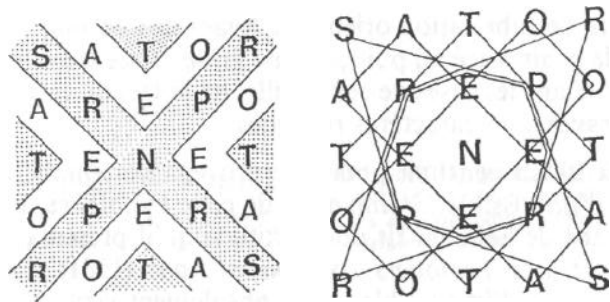
en 1883, enfouie, avec d'autres objets tout aussi précieux, dans la cour d'une très ancienne ferme du village de Dune. Orné d'une frise de lions ailés et d'oiseaux fantastiques, le bol en question paraît être de fabrication orientale. Avant de l'enfouir, une main malhabile avait tracé au poinçon une grille carrée dans le fond du récipient. Dans les cases de cette grille, les lettres du carré SATOR furent gravées, en caractères runiques.

Alex Bloch penchait pour une provenance templière, ce qui n'a rien d'impossible. S'emparant de cette hypothèse, le journaliste Gérard de Sède en fit une certitude qu'il présenta dans son best-seller : *Les Templiers sont parmi nous* (1961). Mais si la chose n'a rien d'impossible, rien, absolument rien, n'établit de façon sûre l'origine templière du bol. De toute façon, en dépit de ce que l'on peut lire sous la plume d'auteurs recopiant Gérard de Sède, SATOR et carré magique de Trois sont antérieurs de plus d'un millénaire aux templiers. Comme le remarque André Bouguenec, les relations commerciales entre Byzance et les princes vikings de Kiev sont bien connues (même si ces deux puissances se firent aussi la guerre !) et il semble bien que des marins vikings servirent sur des navires des empereurs de Constantinople. Le bol et le trésor de Dune peuvent trouver là une explication fort plausible, d'autant plus plausible que les templiers ne devaient pas être familiers de ces caractères magiques que sont avant tout les runes. Le bol suédois n'est pas l'unique objet du Nord à employer la formule du SATOR. Elle est écrite sur des baguettes talismaniques

trouvées, Tune à Bergen, en Norvège, l'autre en Islande. Le SATOR fut bien, comme l'écrivit Marqués-Rivière, universellement répandu en Occident.

2. Une prière bien cachée

L'usage talismanique du SATOR n'apprend pas grand-chose sur les mystères (puisque mystère il y a) du carré magique lui-même. Il en était ainsi pour les carrés magiques de nombres. Dans les deux cas il faut plonger plus avant dans la structure de l'arrangement à comprendre, sinon à expliquer. L'aspect régulier du placement des lettres conduit à essayer d'abord dans cette voie. Voici, parmi beaucoup d'autres, deux tentatives de ce genre.



Deux transcriptions graphiques du carré SATOR.

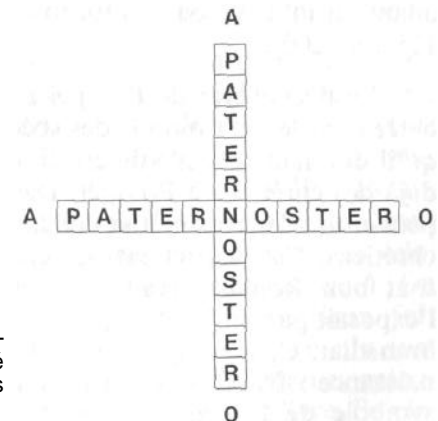
A gauche : séparation des voyelles et des consonnes.

A droite : les lettres identiques ont été reliées par des lignes polygonales, carrés, rectangles et losanges ; on voit se dessiner un octogone.

En partie gauche de la figure, on a séparé voyelles et consonnes. Ces dernières, recouvertes de pointillés, dessinent une sorte de croix de Saint-André, ou encore de croix de Malte (que certains appellent languedocienne, ou templière). Cette séparation en quatre directions pourrait faire l'objet de nombreux commentaires, avec tout ce qu'entraîné dans son sillage le nombre Quatre, universelle mesure des choses : quatre directions dans l'espace, quatre vents, quatre fleuves au Paradis Terrestre... et Quatre Evangiles (cette dernière remarque n'est pas superflue pour la suite).

J'ai trouvé la transcription reproduite en partie droite de la figure dans une étude de P.-L. Couchoud et A. Audin parue en 1958 dans la revue d'études latines *Latomus*. Ceux-ci avaient relié les lettres identiques à l'aide de lignes polygonales fermées. Les quatre T donnent un carré parfait. Les A et les O (« *Je suis l'Alpha et l'Oméga* », clame la Bible) sont aux sommets de deux rectangles dont l'entrelacement donne une croix de Saint-André, comme précédemment. Enfin, le losange construit à l'aide des quatre lettres R est à compléter par son symétrique. Ce dernier losange réunit les lettres qui ne figurent chacune que deux fois : S d'une part, P de l'autre. Le graphisme finalement obtenu est fort beau dans sa grande simplicité. On peut voir s'y dessiner un octogone central que j'ai souligné d'un double trait. Là aussi on pourrait longuement épiloguer sur le symbolisme de toutes ces figures, de la croix et des nombres Quatre et Huit, preuve, s'il en était besoin, qu'un vrai symbole recèle d'innombrables résonances cachées.

Trente ans plus tôt, un pasteur allemand, Félix Grosser, avait suivi une toute autre voie d'explication. Laissant en pivot central la lettre N, qui est la seule unique, il avait joué avec les autres lettres, les disposant en croix comme le montre la figure donnée ici. Ce faisant, il fit apparaître la formule PATER NOSTER doublement écrite entre l'A et l'O, toujours interprétés comme Alpha et Oméga.



En 1926, le pasteur F. Grosser a remarqué que les vingt-cinq lettres du carré SATOR permettaient d'écrire deux fois *Parer noster*, entre Alpha et Oméga.

Le *Notre Père* sur la croix, la prière par excellence des chrétiens sur l'instrument de la Rédemption ! Pas de doute possible : le SATOR est d'origine chrétienne ! Aucune discussion n'est plus désormais possible ! Voire. A noter, pour la petite histoire, que cette interprétation avait été publiée deux ans plus tôt dans une notice anonyme de la revue allemande *Deutsche Gaue*. Un an avant l'article du pasteur, le Suédois S. Agrell avait, dans une conférence faite à l'Université de Lund, proposé la solution Notre Père. Mais le suédois n'a pas la diffusion de l'allemand, et c'est toujours Félix Grosser que l'on mentionne quand on parle de l'origine chrétienne du SATOR. Ce dernier avait-il ou non eu connaissance de la notice des *Deutsche Gaue* ? N'était-il qu'un plagiaire ? Mystère !

Ce qui importe d'ailleurs n'est pas une question de préséance, mais la validité de l'hypothèse elle-même. Vous avez noté la date : 1926. A l'époque on n'avait pas encore découvert le SATOR de la palestine de Pompéi qui authentifia la précédente découverte des graffiti de la maison de Publius P. Proculus, toutes choses dont j'ai parlé au chapitre II

Les plus vieux SATOR connus remontaient au III^e siècle de notre ère. Les savants s'empoignèrent pour ou contre Grosser, dont l'opinion finit par s'établir fermement. Jérôme Carcopino, grand maître des études anciennes en France, donna son aval ; sans bien prouver la chose, il penchait pour une origine en Gaule, allant jusqu'à attribuer la formulation à saint Irénée de Lyon (vers 125-vers 200).

La découverte de Pompéi résonna comme un coup de tonnerre dans le petit monde des spécialistes du carré magique. C'est qu'il devenait difficile de croire qu'en 79 de notre ère, il y avait déjà des chrétiens à Pompéi. De plus, contrairement ce que l'on peut croire, la croix n'était nullement en honneur chez les premiers chrétiens. Cet instrument de supplice, ô combien infamant pour tout bon Romain, était totalement passé sous silence. On ne l'exposait pas sur la place publique, de peur de provoquer un rejet immédiat. Ce n'est que des siècles plus tard, bien après la reconnaissance officielle du christianisme par les empereurs, que le symbole de la croix prit de l'importance. Enfin, et surtout,

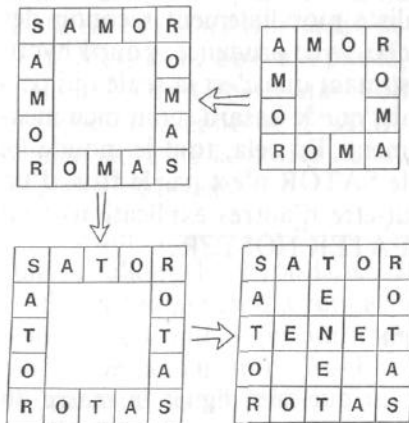
avait-on eu le temps, en quelques décennies, de transformer le Notre Père en un fort savant cryptogramme ? Je ne me propose pas de discuter ici du pour et du contre de toutes ces considérations ; il faudrait un livre entier avant d'épuiser ce sujet inépuisable. Je me borne donc à renvoyer qui voudrait s'informer davantage aux quelques dizaines de pages figurant en annexe dans l'étude quasi définitive du père Jean Carmignac : *Recherches sur le Notre Père* (1969). Ce spécialiste mondialement reconnu des Manuscrits de la mer Morte penche, avec prudence, pour l'hypothèse d'une origine chrétienne, estimant que c'est la seule qui permette d'expliquer une foule de faits que le hasard serait bien incapable d'avoir organisé spontanément. En cela, tout le monde ne peut qu'être d'accord avec lui : le SATOR n'est pas le fruit d'un coup de chance. Mais il y a peut-être d'autres explications tout aussi plausibles que celle par le PATER NOSTER.

3, Les recherches d'Alex Bloch

S'il est difficile de résumer en quelques lignes la masse de recherches suscitées par l'hypothèse du pasteur Grosser, il est encore plus difficile de vouloir tenter la même gageure pour l'immense travail d'Alex Bloch. L'érudition de ce dernier est stupéfiante : il connaissait tout ce qui avait été publié concernant la célèbre formule. Mais surtout, il en était follement passionné, et c'est sans doute ce qui donne un très grand poids à ses propos.

En 1968, Paul Veyne publia un long article : *Le carré SATOR, ou beaucoup de bruit pour rien*, dans la revue *Lettres d'Humanité*. Il estimait que l'auteur, quel qu'il fut, de la formule palindrome avait dû s'inspirer d'un palindrome beaucoup plus simple, mentionné par de vieux auteurs latins, le mot ROMA. Lu à l'envers, on trouve AMOR. L'amour de Rome, voilà qui devait faire battre le cœur de tout Romain (mais évidemment pas celui d'un chrétien pour qui Rome était l'abomination suprême). On peut aisément construire une enceinte carrée avec deux fois AMOR et deux fois ROMA. Ce genre de disposition n'a rien d'hypothétique : rappelez-vous une des intailles magiques gréco-alexandrine reproduite dans les premières pages de ce livre.

En élevant au pluriel, on trouve, hélas ! un mot totalement dépourvu de sens : SAMOR. Mais si Ton change les M en T, on obtient deux mots latins usuels : SATOR et ROTAS. Ne tombons pas dans l'erreur qui consisterait à donner les roues (ROTAS) d'une charrue à un semeur (SATOR). La charrue à roues n'était pas encore inventée !



Si Ton veut donner un sens à la phrase Sator t...t rotas, il faudrait que le mot t...t soit un verbe. Palindrome, évidemment ! Archiviste départemental du Gers, féru de latin, M. Polge montra en 1969 que le seul verbe latin répondant aux exigences était TENET, Les seuls mots capables de compléter le carré sont alors OPERA, ou ONERA. Le premier est plus satisfaisant, encore que l'inverse AREPO n'ait aucun sens en bon latin. A la rigueur en gaulois... C'est d'ailleurs pour cette raison que Jérôme Carcopino avait pensé à Irénée de Lyon, une hypothèse définitivement écartée par les carrés pompéiens.

Alex Bloch s'est, après beaucoup d'autres, attaqué au sens de la mystérieuse phrase palindrome. Après avoir rappelé tout ce qui fut envisagé, il fit fort justement remarquer que le SATOR de la palestine de Pompéi est accompagné d'autres inscriptions qu'il ne faut sûrement pas négliger. Reportez-vous au dessin complet reproduit au début du second chapitre. On lit par deux fois, au-dessus et au-dessous du carré gravé, ces mots :

SAUTRAN, VALE. On lit également un A couché (certains y voient un triangle ou la lettre grecque Delta) juste en haut droit du carré ; enfin, sous ce même carré, les lettres ANO. Tout cela n'est sûrement pas dépourvu de signification, et le déchiffrement peut, sans doute, contribuer à l'intelligence du SATOR. Classiquement, les tenants de l'interprétation chrétienne par le PATER NOSTER se réjouissent de voir le pivot N entre A et O, entre Alpha et Oméga, et ils disent que celui qui a tracé ce SATOR a voulu faire connaître la voie à suivre pour le décrypter. Certains vont jusqu'à dire que le Delta est une allusion aux mystères de la Trinité ! Prudent, car bon connaisseur du sujet qu'il traite, le père Jean Carmignac note : « Personnellement, je n'oserais, jusqu'à preuve du contraire, attacher ce symbolisme trinitaire au delta grec dès le courant du premier siècle. » Dont acte !

La lecture des deux SAUTRAN VALE semble plus simple : ce serait un message du graveur de l'inscription : *porte-toi bien, Saturnus*, message adressé donc à un certain Saturnus, un patronyme assez commun. Cette fois, le simple bon sens oblige à s'interroger : le carré de la colonne de la palestine n'est pas un graffiti fait à la hâte sur le plâtre d'un mur ; il fut gravé sur une petite plaque de pierre. Les édiles de la ville durent accepter sa présence ; il fallait donc qu'ils n'y trouvent rien de répréhensible. Alors, ce SAUTRAN ? ou SATURNUS ? Pourquoi ne s'agirait-il pas du vieux dieu Saturne, demande Alex Bloch ? Père de tous les dieux de Rome, dont le Latium est la terre. Le triangle fut le signe de l'élément Feu (non seulement chez les alchimistes du Moyen Age, mais déjà pour le Platon du *Timée*) et Saturne était aussi le Feu primordial, celui qui dévore tout, y compris ses enfants. Fils d'Uranus le Ciel des vents et de Titée la Terre, le Saturne de la mythologie épousa sa sœur Rhéa l'Eau (ce qui complétait les Quatre Éléments). Pourquoi ne pas retrouver cette Rhéa dans AREPO, suggéra Alex Bloch, qui put finalement lire dans la formule palindrome ce résumé cosmique : *Saturne Feu et Rhéa Eau manifeste toute chose en tourbillons de vie*. Mais non : il n'y a pas de faute d'accord dans le singulier du verbe *manifeste*, l'union des deux acteurs cosmiques est si profonde (Rhéa est la sœur de Saturne) que les deux ne sont qu'un dans leur acte de perpétuelle

création vivante de toutes choses. Après tout, cette lecture vaut bien celle de Félix Grosser ! J'avoue même ma nette préférence pour l'interprétation païenne, bien en harmonie avec le caractère palindrome et plus que palindrome du carré dans lequel les mots s'enroulent à l'infini sans perdre leur sens.

Il est dommage que le mode d'impression artisanale du *Carré magique SATOR* (par duplication Ronéo, un procédé assez commun en 1963) n'ait pas permis une excellente reproduction des photos et des nombreux documents graphiques rassemblés par Alex Bloch. Voici, en hommage à sa mémoire, deux SATOR que j'ai redessinés. Celui de gauche se trouve au château de Jarnac, en Charente, et celui de droite se trouvait sur une maison ruinée de Valbonnais. Signalé en 1932 par G. Letonnelier (on a rencontré plus haut cet archiviste à propos du Sator magique d'Aurillac), ce SATOR n'existe sans doute plus, j'avoue n'avoir pas vérifié, ce qui n'est pas trop grave car ces deux inscriptions ne sont pas très anciennes. Elles ont juste l'intérêt de montrer la pérennité de la formule à travers les âges.



Alex Bloch fut sans doute le premier (et il reste le seul) à faire des rapprochements entre le carré de lettres SATOR et le carré magique de nombres dimension Cinq. La chose lui avait peut-être été suggérée par le *Calendarium...* de Tycho-Brahé, où l'on voit la

formule palindrome s'enrouler autour de l'étoile à cinq pointes du pentagramme pythagorien. J'ai eu l'occasion, dans un précédent chapitre, de dire quelques mots de ces rapprochements fort curieux.



La formule SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS encercle le pentagramme sur cet extrait du *Calendarium* de Tycho-Brahé.

4. Un testament de saint Paul

L'éditeur d'Alex Bloch, son ami l'imprimeur Marcel Spaeth, a donné une fort intéressante préface à l'ouvrage qu'il publiait. Rapprochant lui aussi le carré de cinq fois cinq lettres et le carré magique de nombres de dimension Cinq, il a proposé des lectures dans lesquelles les lettres sont à prendre dans l'ordre indiqué par les nombres du carré d'Agrippa, une piste intéressante parmi d'autres. Faut-il rappeler, une fois encore, qu'un vrai symbole, et c'est bien le cas du SATOR, porte en lui de multiples traductions, qui sont toutes valables (car en accord à un moment donné, avec

Tétât de celui qui les fait), mais dont aucune (et il faudrait souligner plutôt deux fois qu'une cet adjectif aucune !) n'a le monopole de la Vérité (avec un V très majuscule !).

C'est une piste de ce genre qu'a largement développée Charles Cartigny dans son essai : *Carré magique ? Non, carré sacré !* (1972). Cet érudit propose la « bonne » lecture du palindrome en le développant à l'infini sur lui-même (comme y inviterait le mot Rotas). Coupant les lettres successives en des endroits choisis par lui, il voit se construire des phrases qui seraient, toutes, des hymnes chrétiennes. Voici un exemple de lecture : « *Rotas sato a toro rotas sato opère perenne ne ene erepe per epota sato rotas sator, c'est-à-dire : Je sème les mondes par amour, je sème les mondes, dans mon œuvre, éternellement, file, défile, avance en te glissant à travers les choses résolues, Semeur, Je sème les mondes.* » Cet essai étant depuis longtemps épuisé, l'auteur l'a republié sans y changer grand-chose, fin 1984, sous le titre : *Le Carré magique, testament de saint Paul*. Le lecteur curieux retrouvera dans ce dernier ouvrage les longues lectures déjà proposées en 1972, une des plus fournies étant un poème de 36 vers (36 étant un classique en numérologie sacrée) qui chante *la Loi d'amour*. Il convient d'apprécier à sa juste valeur le tour de force réalisé par Charles Cartigny. Le carré SATOR ne contient que huit lettres, cinq consonnes : N, P, R, S, T et trois voyelles : A, E, O. Tous les mots latins formés doivent l'être avec ces huit lettres, et ces huit lettres seulement. Pour qui s'étonnerait en criant tout de suite au miracle, je rappellerai que ce genre de jeu type anagramme fut très pratiqué et continue de l'être. Ayant lu cette suggestion de Georges Pérec dans *Jeux et stratégies* (n° 1) : « *On prend des lettres au hasard, mettons ESARTINULOC, et puis on les combine autrement pour obtenir un mot* », Jean Gouzy releva le défi en composant à la gloire du fleuve Nil un poème que publia *Science et vie* en 1980. Chaque vers de cette ode est composé de mots formés avec les onze lettres d'ESARTINULOC utilisées chacune une fois et une fois seulement. Double tour de force, s'il en fut. Le résultat vaut bien les poèmes construits par Charles Cartigny :

« *NU, ta source est
un lac Roi...*

*Salut, ô écriin !
La nuit s'ocre...
le cours naït,
coule transi... »*

Il convient de reconnaître qu'ESARTINULOC n'est pas totalement dépourvu de signification, à défaut de sens : ce mot indique, par l'ordre de ses lettres, la fréquence d'emploi desdites lettres dans les mots courants de la langue française, servant à former en moyenne quatre-vingts pour cent des mots d'un texte. Mais quand même, Jean Gouzy eut du mérite !

Curieusement, Charles Cartigny ne cite pas l'ouvrage d'Alex Bloch dans sa liste d'auteurs et ouvrages consultés. Pourtant, un familier du carré SATOR ne peut ignorer l'existence de l'auteur du *Carré magique SA TOR*, à moins que cette absence ne soit révélatrice ! L'idée de tourner et de retourner les lettres, ainsi qu'y invite une inscription dans l'église Saint-Laurent, à Rochemaure, était-elle si nouvelle ? N'avait-elle pas été envisagée dès 1963 par Marcel Spaeth ?



Carré **SATOR** de l'église Saint-Laurent à **Rochemaure** (Ardèche). On lit à **côté** du carré **GIROA** (*Je tourne de Oméga jusqu'à Alpha ?*), puis : Humbertus me fecit (*C'est Humbert qui m'a fait*). Date inconnue.

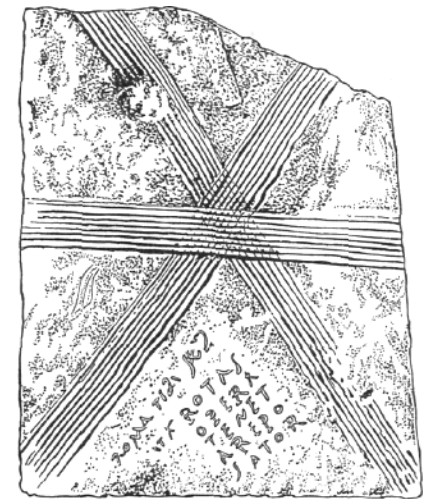
Et saint Paul, que vient-il faire dans cette affaire ? Sa signature figurerait en clair dans le carré, sous la forme d'une dédicace : A TARSEO PETRO AO : *de la part de l'homme de Tarse,*

à Pierre, (voici) l'Alpha et l'Oméga. Les lettres formant ces mots sont celles qui subsistent quand on enlève une sorte de croix en forme de *tau* grec contenant les lettres du PATER NOSTER de Félix Grosser : ROTAS, PER, N, E, T. Comme disait l'humoriste Pierre Dac : « *Tout étant dans tout, et réciproquement...* » Et comme l'aurait écrit à Charles Cartigny : « *un grand hébraïsant pour lequel j'éprouve (c'est Cartigny qui parle) une sincère admiration en raison de ses remarquables travaux en philosophie et théologie* (Je soupçonne qu'il s'agit du père Jean Carmignac) : *a force de triturer un texte, on finit toujours par lui faire dire tout ce que l'on veut* ». C'est l'évidence même !

Dans l'essai publié en 1972, on trouvait une preuve plus claire (?) de l'attribution du carré de Paul l'Apôtre. Ce dernier n'a-t-il pas écrit dans sa première Épître aux Corinthiens, chapitre 14, versets 18 et 19 : « *Je rends grâce à Dieu de ce que je parle en langue plus que vous tous ; mais dans l'assemblée, j'aime mieux dire cinq paroles avec mon intelligence que dix mille en langue.* » Cette preuve a disparu en 1984. Ma curiosité à ce sujet n'a pas été satisfaite, mais j'en imagine facilement la raison. On sait ce que voulait dire dans la primitive église : parler en langue. Saisi par une transe sacrée, celui qui parlait en langue articulait des sons sans aucune signification. Il n'était plus le maître des mouvements de sa langue, l'Esprit parlant pour lui. Paul était, comme les autres, le héros, ou la victime, de cet état psychologique très particulier mais il reconnaît franchement qu'il préfère prêcher en termes intelligibles. Le nombre cinq employé par l'apôtre n'a rien d'étonnant, puisque c'est le nombre de toutes les harmonies. Qui oserait soutenir que la mystérieuse formule du SATOR est plus claire que le parler en intelligence !

Une autre preuve de l'attribution à Paul, ou Saul (comme il se nommait avant sa conversion sur le chemin de Damas) serait fournie par un SATOR fort ancien, presque aussi ancien que celui de Pompéi. Il s'agit d'un morceau de tuile découvert en 1954 par J. Szilágyi dans les fouilles d'un quartier de Budapest, à l'emplacement de ce qui avait été la résidence du gouverneur militaire d'Acquincum (nom romain de cette cité). Divers recoupements permettent d'affirmer que cette résidence avait été construite en

105-106 de notre ère par les soldats artisans d'un atelier militaire retrouvé par ailleurs. Comme le montre la reproduction donnée ici, redessinée d'après un document publié par Jérôme Carcopino, on voit le carré SATOR gravé au trait sur cette tuile. On observe également de grandes stries en croix de Saint-André. Les tenants de l'origine chrétienne du SATOR s'en réjouissent, y voyant une preuve supplémentaire (en oubliant ce faisant que la croix du Christ était plus que probablement en forme de T, le *tau* grec que célèbre la très ancienne Épître de saint Barnabe en rappelant sa valeur numérique : 300). Il semble que, plus prosaïquement, ces rayures étaient tracées sur les tuiles pour permettre de les enduire d'un revêtement solidement accroché à la terre cuite.



Carré SATOR gravé sur une tuile romaine trouvée à Acquincum (aujourd'hui Budapest), vers 105 de notre ère.

Comme à Pompéi, le carré est accompagné d'une inscription dans laquelle certaines lettres sont dites ligaturées, fondues en un seul graphisme. Orfèvre en la matière, Jérôme Carcopino proposa de lire : ROMA TIBI SALUS (i)TA, qu'il traduisait en *Rome, ton salut le voilà !* Le voilà, dans le christianisme secrètement résumé par le SATOR. Quand même, n'oubliez pas la date : le début du second siècle ! Le christianisme n'était guère triomphant alors ! J. Szilágyi proposait, lui, de lire dans cette inscription supplémen-

taire le début d'un autre palindrome fort célèbre : ROMA TIBI SUBITO MOTIBUS IBIT AMOR, dont seules les premières lettres auraient été gravées : ROMA TIBI SUB(i)TO (il semble bien que ce O soit en fait un A). Charles Cartigny retrouve dans les lettres ligaturées le sceau de Saul (alors qu'après sa conversion, l'apôtre ne voulut plus connaître que son nouveau nom de Paul, signe de sa transformation) et, complétant les premières lettres ROMA TIBI par leur transposition en palindrome IBIT AMOR, lit pour l'ensemble : *c'est avec toute mon affection, Rome, que je viens à toi. C'est moi, Saul, qui parle.* Quand on lit (mais qui va relire aujourd'hui les Épîtres dans le texte) les invectives grossières et les calomnies que Paul profère contre les païens, réservant sa sollicitude aux seuls *bien-aimés de Dieu qui sont à Rome*, on se demande quelle est la vraisemblance pour qu'un soldat romain des années 100 de notre ère ait pu songer à Paul l'apôtre en écrivant : Rome, à toi mon amour (sous-entendez : patriotique).

5. Où l'on retrouve Six cent soixante-six

Tant que Ton ne connaissait que des exemplaires pas trop anciens du SATOR (disons postérieurs au triomphe du christianisme avec l'empereur Constantin), le célèbre carré magique pouvait, sans trop de difficultés, se réclamer d'une origine chrétienne. Les deux très anciens graphismes de Aquincum d'une part, de Pompéi d'autre part, obligent à poser, ou reposer la question : pourquoi pas une origine païenne ? Comme on l'a vu dans les débuts de ce livre, les mages et magiciens gréco-alexandrins païens puis « gnostiques » (et Ton sait aujourd'hui que le gnosticisme ne fut pas une simple hérésie chrétienne, mais un mouvement philosophico-religieux original) affectionnaient les jeux de lettres. Ils inventèrent, c'est indéniable, des arrangements à forme géométrique : enceintes carrées, triangles, carrés proprement dits. La diffusion assez large du SATOR dans le monde chrétien n'est en rien une garantie pour son origine. Ce ne serait pas la première fois que la nouvelle religion aurait emprunté aux vieux cultes païens, tant est forte la puissance des symbolismes traditionnels, même quand on prétend les rejeter en bloc et sans appel.

On n'a pas assez insisté sur un point curieux : la plupart des plus anciens exemplaires du carré SATOR (sauf ceux de Pompéi) ont été trouvés dans les ruines de camps militaires romains. C'est très clair pour la tuile d'Aquincum. Dans l'Introduction, j'ai signalé les carrés trouvés dans la ville forteresse romaine de Doura-Europos sur le haut Euphrate, donnant alors la reproduction d'un de ces carrés. En voici un autre, toujours de Doura-Europos, qui comporte en dessous du carré ces mots : *pistauta apo triôn*. Ce n'est pas du très bon grec, mais on peut l'interpréter en : *confiance dans ce qui vient des trois*. De la Trinité, affirment les fidèles de l'interprétation Grosser. Voire ! Depuis les travaux de Dumézil, on connaît l'importance du symbolisme trinitaire dans les cultures dites indo-européennes. Les triades, ou trinités, védiques sont bien connues, par exemple celle de Indra, Varuna, Mithra.

ΡΟΤΑΣ
ΟΤΤΕΡΑ
ΤΕΝΕΤ
ΑΡΪΕΠΟ
ΣΑΤΟΡ

ΓΓΓ
ΕΕΕ
ΑΑ
ΖΖ

Un des carrés SATOR trouvés à Doura-Europos (sur l'Euphrate). Antérieur à 260 de notre ère, ce carré est peut-être plus ancien.

ΠΙΣΤΑΥΤΑ ΑΠΟ ΤΡΙΩΝ

Et voici un autre carré fort ancien, connu depuis longtemps, lui, trouvé également dans les ruines d'un établissement militaire

R O T A S
O P T R A
T E N E T
A K E I O
S A T O R

Carré SATOR trouvé dans l'ancien camp romain de Corinium (aujourd'hui Cirencester, Gloucestershire, Grande-Bretagne), vers le III^e siècle de notre ère.

romain, celui de Corinium (aujourd'hui Cirencester) en Angleterre. Ce carré remonte à la même époque que ceux de Doura-Europos, vers le III^e siècle de notre ère.

Il se peut que tous ces carrés aient été tracés par des soldats chrétiens, la chose n'est pas impensable encore qu'on la comprenne mal. Les soldats faisaient souvent des sacrifices à leurs enseignes, symboles de la puissance de Rome. Chose impossible pour un chrétien ! Ce fut souvent un refus de ce genre qui entraîna le martyre de soldats chrétiens. Et puis, comment la hiérarchie des légats et des centurions aurait-elle pu fermer les yeux sur l'introduction de symboles chrétiens dans les camps ? A moins d'admettre des unités entièrement composées de chrétiens, ce qui n'était pas encore le cas au III^e siècle (et *a fortiori* au début du second). Alors ?

Il y avait par contre un culte fort répandu chez les militaires romains, celui de Mithra. Cette très antique divinité indo-européenne (son nom figure sur des inscriptions du XIV^e siècle avant notre ère) connut une grande vogue dans tout l'empire romain après que des soldats de Pompée guerroyant en Orient se soient fait initier à ses mystères. Le culte de Mithra reste peu connu, car les secrets ont été bien gardés. Les quelques allusions faites par des hérésiologues chrétiens ne sont pas suffisantes pour reconstituer la doctrine, si doctrine il y eut. On sait seulement qu'il y avait sept degrés dans l'initiation, le plus élevé étant celui des « pères ». Les cérémonies les plus dramatiques avaient lieu dans des grottes artificielles, les *mythraea*, dont on a retrouvé un bon nombre d'exemplaires. Celui d'Aquincum est un des plus typiques. Mais n'est-ce pas de cette ville que provient la tuile au SATOR ? Mais si ! Alors, pourquoi pas Mithra et le SATOR ?

L'idée n'est pas neuve. En 1940, le savant italien Olmedo l'avait déjà soutenue, en se basant sur l'aspect solaire de ce dieu de Lumière. Les roues (ROTAS) étaient pour lui celles du char du Soleil en train d'œuvrer le Monde. Alex Bloch, intrigué, déclare s'être documenté auprès de la Surintendance des antiquités de la Campanie, à Naples. Avait-on, ou non, des indices de l'existence du culte de Mithra à Pompéi ? La réponse (du 10 novembre 1960, précise Alex Bloch) fut négative, mais cela ne prouve pas la non-

existence de fidèles isolés de Mithra dans cette ville. La présence de chrétiens n'est, elle non plus, en rien prouvée.

La thèse d'une origine mithraïque a été reprise avec ampleur par le professeur Walter O. Moeller dans un volumineux ouvrage : *The mithraic Origin and Meaning of the ROTAS-SATOR Square* (1973), origine mithraïque et signification du carré ROTAS-SATOR. Ce qui est intéressant est son emploi de la numérologie sacrée pour démontrer sa thèse. Mentionnons d'abord quelques explications annexes qui valent bien celles avancées par les tenants du Notre Père chrétien. Et d'abord, ce « père », le plus haut degré de l'initiation à un culte qui resta toujours plus ou moins l'apanage des soldats romains (en n'oubliant pas qu'après le service, le vétéran se retirait sur des terres à lui concédées par Rome ; il arrivait, ce fut le cas à Londres, qu'un vétéran fit du prosélytisme pour le dieu qu'il avait connu pendant ses années d'activité militaire). Ensuite, le Saturne pompéien, ce Saturne père des dieux, comme Mithra était le père de ses « soldats ». L'image de Saturne figure souvent sur les stèles où l'on voit Mithra triomphant du taureau. Les trois lettres ANO, qui figurent sous le carré de la palestine, signifieraient le passé, le présent et l'avenir car N, treizième lettre de l'alphabet, est le centre et le pivot de celui-ci. La première lettre A est bien en arrière et la dernière lettre O en avant.

Mais la pièce de résistance est, pour W.O. Moeller, la croix des TENET. Comme on le voit sur la reproduction que j'ai donnée, la gravure de la palestine de Pompéi est claire, avec ces traits



Transcrivant les lettres en leurs valeurs numériques grecques, on obtient 666 pour chacun des TENET du carré SATOR.

cruciformes soulignant les deux TENET. Comme je l'ai déjà rappelé, la croix, surtout la croix à branches égales, fut un très ancien symbole solaire, bien avant d'être adoptée par le christianisme. La raison en est fort simple : si l'on regarde le soleil, il faut fortement cligner des yeux. En refermant les cils, il se produit des effets de diffraction de la lumière qui font apparaître une croix lumineuse autour du centre brillant qu'est le soleil.

Si Ton transcrit les cinq lettres de chacun des TENET en leurs équivalences numériques grecques, on trouve comme résultat 666, le Nombre de la Bête de l'Apocalypse ! Comme il existe en grec deux voyelles E, la courte *epsilon* et la longue *êta*, c'est cette dernière qui a été retenue. Vous pouvez vous reporter, pour vérifier, à la table que j'ai donnée au chapitre second. On a bien : 300 (T) + 8 (E long) + 50 (N) + 8 (E long) + 300 (T) = 666.

Curieuse coïncidence, diront peut-être les tenants du Notre Père chrétien. Que penser alors devant cette autre trouvaille de W.O. Moeller. La somme de toutes les lettres transcrites en équivalences numériques vaut 2 520. En effet, SATOR et ROTAS valent chacun 671, tandis que AREPO et OPERA valent chacun 256 (en prenant cette fois le E pour un E court). Or, qu'est-ce que 2 520, sinon quatre fois 630, un nombre qui n'est autre que le triangulaire précédant immédiatement 666. Si ce dernier est en effet le 36^e nombre triangulaire, 630 est, lui, le 35^e. Son exaltation en croix solaire ne manque pas de pertinence. A noter que 2 520 contient sept fois Mithra, puisque : $2\ 520 = 7 \times 360$ et que 360 est le nombre de Mithra, toujours en équivalences par le grec : M:40 + 1:10 + TH:9 (thêta) + R:100 + A:1 + S:200 = 360. Ce nombre se retrouve dans la diagonale des consonnes R P P R, puisque :

$$R:100 + P:80 + P:80 + R:100 = 360.$$

N'est-ce pas alors le cas de retourner l'argument si souvent employé par les tenants du Notre Père : « *Il faut choisir : ou bien ces analogies sont l'effet du hasard, ou bien elles sont intentionnelles* » (je cite l'érudit Guillaume de Jerphanion, qui avait, lui, proposé un SATOR d'origine kabbalistique juive, avec une méditation sur les roues du char céleste dans la vision du prophète Ézé-

chiel). Comment le hasard peut-il expliquer toutes ces coïncidences entre les lettres-nombres du SATOR et Mithra, ou plutôt un Mithra pythagorisant ? Cette dernière hypothèse n'a rien d'irréaliste. Au début de notre ère, le pythagorisme avait été remis en honneur à Rome par le sénateur Nigidius Figulus, un démocrate ami de Pompée. On peut penser à son cercle savant comme au milieu dans lequel des Romains patriotes (le SATOR dérivant de ROMA AMOR) et mystiques élaborèrent la formule en carré de vingt-cinq lettres. Mais je ne prétends nullement que c'est « la bonne » explication. Comme tous les vrais symboles ésotériques, le carré SATOR, et plus généralement tous les carrés magiques de nombres, sont là pour faire réfléchir celui qui les médite en y cherchant bien autre chose que l'illusoire révélation d'un secret.



Carré SATOR sur une pierre à l'intérieur du donjon du château de Loches (époque Renaissance ?).

Pour mieux connaître les carrés magiques

Conclusion

Au début de ce siècle, un amoureux des carrés magiques écrivit une étude sur la philosophie profonde de ces mystérieux arrangements de nombres. Il s'agit de Paul Carus et l'étude en question : *Réflexions on magie squares : mathematical, historical and philosophical* fut publiée en 1906 par la revue *The Monist*, de Chicago. L'essentiel des réflexions de Paul Carus fut repris dans la préface que ce dernier écrivit pour l'ouvrage de synthèse de W.S. Andrews (dont la première édition remonte à 1908). Je ne saurais trouver meilleure conclusion que ces quelques phrases qui y figurent :

« *Les carrés magiques, et plus généralement tous les jeux avec les nombres possèdent l'attrait du mystère. On devine qu'il s'y cache une intelligence dont le plan secret se révèle dans la construction, une chose qui trouve son analogue dans la nature...*

« *Tout est Nombre, a enseigné Pythagore... Les carrés magiques sont de parfaits exemples de l'harmonie intrinsèque du Nombre, ce sont des modèles de l'ordre cosmique qui préside à tout ce qui existe... Les carrés magiques sont le miroir exemplaire de la divine loi de symétrie qui est en toutes choses, aussi bien dans les insondables abîmes du Cosmos que dans la structure des atomes ou encore dans les mystérieuses profondeurs de l'esprit de l'Homme.*»

A plusieurs reprises, j'ai proposé au lecteur curieux d'approfondir tel ou tel point plus spécialisé de trouver en annexe les renseignements qu'il souhaiterait connaître. Pas plus que dans le texte principal il ne sera question de démonstrations ; rappelez-vous du propos du chanoine Poignard que j'ai fait mien : « *On a cru être en droit de supprimer les démonstrations afin de ne point grossir un livre par des choses qui n'apprennent rien aux Scavants, et qui sont presque inutiles aux autres.* »

1. Carrés latins et gréco-latins

Disposant d'un certain nombre N de choses : couleurs ou formes géométriques, officiers (comme Euler), lettres ou, bien sûr, nombres, choses toutes différentes les unes des autres, on peut vouloir les ranger dans les cases d'un damier carré de dimension N fois N . Si ce rangement est fait de telle sorte qu'il y ait dans les cases de chaque ligne et dans celles de chaque colonne une fois, et une fois seulement, toutes les N choses à ranger, le damier obtenu est ce qu'on appelle un carré latin.

Le carré latin de dimension 1 n'a évidemment pas de sens. Il faut que N soit au moins égal à 2 et, dans ce cas, le carré est de la forme :

A	B
B	A

en utilisant comme choses à classer des lettres, ce qui est commode.

On montre qu'il existe toujours des carrés latins, dès que N est supérieur à 1 . Le nombre de ces carrés croît vite avec N . S'il n'y a que deux carrés latins d'ordre Trois :

A B C
B C A
C A B

A B C
C A B
B C A

qui se déduisent l'un de l'autre par permutation de lignes, il y en a déjà quatre de dimension Quatre. Quand on arrive à l'ordre Six, on en décompte 9 408. Dès 1890, Frolov (un amateur de carrés magiques) a établi la relation donnant le nombre de carrés latins d'une certaine dimension en fonction des nombres de carrés latins des deux dimensions juste inférieures. La relation montre que ce nombre croît prodigieusement vite : il y a ainsi 221 276 160 carrés latins d'ordre Sept !

Un carré latin est dit *régulier* si ses lignes se déduisent l'une de l'autre par une même loi ; c'est, on s'en souvient, ainsi que procédait B. Violle pour écrire ses carrés magiques. Il est dit *normalisé* si la première ligne et la première colonne sont Tune et l'autre écrites dans l'ordre naturel, par exemple A, B, C, etc. S'il existe deux carrés latins de dimension Trois, il n'y a qu'un carré latin normalisé de cette dimension, c'est :

A B C
B C A
C A B

qui est aussi, on le voit, régulier.

Lorsqu'on superpose ou qu'on additionne deux carrés latins, il peut se faire que les cases du damier résultant contiennent une fois, et une fois seulement, chacun des couples constituant les N fois N arrangements deux à deux des N choses dont on dispose. On dit dans ce cas que le carré composite est un carré gréco-latin. Les carrés latins particuliers qui possèdent la propriété de s'associer de cette façon sont dits orthogonaux l'un à l'autre. J'ai déjà donné, dans l'Introduction, un exemple de structure abstraite, dimension Cinq, avec laquelle on peut construire les 3 600 carrés magiques diaboliques de cet ordre. Cette structure n'est autre qu'un carré gréco-latin qui est, vérifiez-le, régulier mais non normalisé. Voici un autre exemple : il s'agit d'un des deux carrés gréco-latins de dimension Quatre. Ce damier normalisé permet de construire 432 des 880 carrés magiques d'ordre Quatre. Ces carrés sont ou diaboliques, ou semi-diaboliques (symétrie par rapport au centre virtuel du damier).

Si ces êtres mathématiques abstraits continuent à faire l'objet de nombreuses études, ce n'est pas tellement pour leur utilisation dans la construction des carrés magiques, c'est essentiellement parce qu'ils interviennent dans ce qu'on appelle les « plans d'expériences ». De quoi

La structure abstraite de ce carré gréco-latin de dimension Quatre permet de construire 432 carrés magiques diaboliques et semi-diaboliques, tous différents.

A,a	B,b	C,c	D,d
B,d	A,c	D,b	Ça
C,b	D,a	A,d	B,c
D,c	C,d	B,a	A,b

s'agit-il ? Une définition claire a été fournie par Martin Gardner qui rédigea pendant de nombreuses années la rubrique des jeux mathématiques de la grande revue de vulgarisation américaine : *Scientific American*. Je la lui emprunte : « *Supposons qu'on veuille expérimenter, dans un minimum de temps, les effets de cinq produits chimiques différents sur la croissance de certains végétaux. Une difficulté majeure est la variation de fertilité des sols. Comment éliminer les effets, inconnus, de cette fertilité ? Il suffit de diviser le champ expérimental de culture en parcelles qui sont les cases d'un damier cinq par cinq. On leur applique les cinq traitements en utilisant comme guide pour ces applications une structure de carré latin. Une analyse statistique classique des résultats obtenus permettra d'éliminer les effets de la fertilité variable de façon inconnue.*

« *Admettons maintenant qu'au lieu d'avoir une seule variété de plante à étudier, il y en ait cinq. Peut-on organiser une expérience qui tienne compte de cette quatrième variable (les trois autres étant la fertilité inconnue en ligne, la fertilité inconnue en colonne, et le type de traitement, connu lui) ? La solution est apportée par un carré gréco-latin.* »

Le raisonnement précédent se généralise à toutes sortes d'expérimentations biologiques, médicales, sociologiques, etc. Lorsque la dimension du carré gréco-latin est impaire, il est facile d'en construire. On a démontré que, dans ce cas, il y a au plus N-1 carrés latins orthogonaux deux à deux, ce nombre maximal étant sûrement atteint si N est une puissance de nombre premier (comme par exemple 3, 5, 9, 25, etc.). Lorsque la dimension est paire, la question est beaucoup plus difficile, et surtout lorsque N est impairement paire (6, 10, etc.). On se souvient qu'Euler pensait, avec son problème des 36 officiers, qu'il n'existait pas de carrés gréco-latins de cette famille. C'est vrai pour l'exceptionnel 6 (curieux que le carré magique de dimension Six soit celui du Soleil, avec

ce 666 !). Ce n'est pas vrai pour tous les autres impairement pairs. En 1958, trois mathématiciens américains, Bose, Parker et Shrikande ont donné un procédé général de construction de telles structures. On a fait mieux depuis.

Il est en effet parfois possible de construire un carré latin « auto-orthogonal ». Il s'agit d'une structure telle que le carré latin qu'on en déduit par une transposition des lignes en colonnes et des colonnes en lignes est « orthogonal » au carré latin initial. Eh bien, en 1973, le mathématicien A. Hedayat a montré, dans le *Journal of Combinatorial Theory*, comment construire un carré latin auto-orthogonal de dimension Dix. Voici cette curiosité.

Chacun des nombres de 0 à 9 figure bien une fois, et une fois seulement, dans chacune des lignes, colonnes et diagonales principales. Inutile de chercher la perfection du diabolisme pour les diagonales brisées, vous vous souvenez qu'il n'existe pas de carrés diaboliques normaux de dimension impairement paire. On va d'ailleurs revenir bientôt sur ce point.

0	1	2	7	3	4	6	9	8	5	00	17	29	75	38	41	62	94	86	53
7	6	4	3	0	8	5	1	9	2	71	66	40	39	02	87	54	13	95	28
9	0	1	5	8	6	7	2	4	3	92	04	11	56	89	63	70	25	48	37
5	9	6	4	2	7	1	0	3	8	57	93	65	44	21	79	18	06	32	80
8	2	9	1	5	3	0	4	6	7	83	20	98	12	55	34	09	47	61	76
1	7	3	9	4	2	8	6	5	0	14	78	36	97	43	22	85	69	50	01
2	4	0	8	9	5	3	7	1	6	26	45	07	81	90	58	33	72	19	64
4	3	5	6	7	9	2	8	0	1	49	31	52	60	74	96	27	88	03	15
6	5	8	2	1	0	9	3	7	4	68	59	84	23	16	05	91	30	77	42
3	8	7	0	6	1	4	5	2	9	35	82	73	08	67	10	46	51	24	99

A gauche: carré latin auto-orthogonal d'ordre Dix construit en 1973 par A. Hedayat. A droite: carré magique de dimension Dix construit par J.-C. Hertz à l'aide du carré de Hedayat (carré gréco-latin).

Le mathématicien français J.-C. Herz a déduit du carré d'Hedayat le carré magique donné ici. C'est en somme un carré gréco-latin. On observe bien la transposition lignes-colonnes. J'ai précédemment fait remarquer que le carré gréco-latin est l'écriture de nombres dans une base de numération naturelle : celle de la dimension N du damier. Dans le cas présent de la dimension Dix, on retrouve automatiquement la si familière numération décimale.

Il suffit d'ajouter l'unité à tous les nombres de ce tableau pour avoir la séquence usuelle de nombres de 1 à 100, au lieu de la séquence 00 à 99 du tableau. Cela n'a évidemment aucune influence sur la magie arithmétique.

2. Cheminements dans les carrés impairs

Pour placer les N fois N premiers nombres dans les N fois N cases d'un damier de dimension N, on peut cheminer de case à case en effectuant un parcours de C colonnes et L lignes. Par convention, C est positif si l'on se déplace vers la droite du damier, et négatif si on se déplace vers la gauche. De façon similaire, L est positif si on se déplace vers le haut du damier, et négatif dans le cas contraire, vers le bas du damier.

Une fois effectués N parcours successifs, ce que j'ai appelé la « ligne d'Univers » du damier se referme sur elle-même, et l'on retombe sur une case déjà occupée par un nombre. Il faut alors faire un saut de C + c colonnes, et L + 1 lignes (les conventions de signe restent celles données ci-dessus). Par exemple, le parcours en cavalier d'échecs possède des valeurs de C = 1 et L = 2, et le saut généralement utilisé depuis Moschopoulos est tel que C + c = 2 et L + 1 = 0 (on reste sur la même ligne, en se déplaçant de deux colonnes vers la droite). Ce cheminement particulier est caractérisé par les quatre nombres entiers : C = 1, L = 2, c = 1, l = -2.

Pour qu'un carré soit magique, il faut d'abord un cheminement tel que ces quatre nombres soient premiers avec la dimension N du carré. Rappelons que deux nombres entiers sont dits premiers l'un avec l'autre si ces deux nombres n'admettent comme diviseurs communs que l'unité. Ainsi, 3 et 5 sont premiers entre eux, mais non 3 et 6 (diviseur commun : 2). Deux nombres pairs ne sont jamais premiers entre eux, puisqu'il y a toujours au moins le nombre 2 comme diviseur commun.

Les quatre nombres C, c, L et l doivent être tous différents de zéro, car les deux nombres 0 et N ne sont jamais premiers entre eux. Par contre, et c'est le cas pour le cavalier d'échec à la Moschopoulos, il se peut que C + c, ou L + 1, mais pas les deux à la fois (il n'y aurait pas de saut !) soit nul, car les entiers C, c, L et l peuvent être tout aussi bien négatifs que positifs.

Le carré résultant du cheminement C, c, L, l est magique si la quantité C fois 1 moins c fois L est première avec N :

$$(Cx1) - (cxL) \text{ premier avec } N.$$

Toujours dans le cas pris comme exemple, on a pour cette quantité une valeur de moins 2 ($C \times 1$) moins 2 ($c \times L$) soit moins 4, qui est bien première avec 5, 7, 9, etc., bref avec tous les impairs (d'où la généralité de ce type de cheminement pour construire des carrés magiques).

Le diabolisme est régi par deux relations analogues. Si ($C + L$) et ($c + 1$) sont tous deux premiers avec N , il y a diabolisme pour les diagonales brisées allant de haut gauche vers bas droit. Et si ($C - L$) et ($c - 1$) sont tous deux premiers avec N , il y a diabolisme pour les diagonales brisées allant de bas gauche vers haut droit. Si les quatre sommes et différences précédentes sont toutes premières avec N , le diabolisme est parfait pour toutes les diagonales brisées. C'est bien le cas de l'exemple choisi.

Je vous laisse le soin de vérifier que, si Ton peut remplir un damier en carré magique en utilisant pour le cheminement et le saut deux mouvements de cavalier d'échec, ce carré ne peut pas être parfaitement diabolique. Toutefois, deux combinaisons particulières, parmi toutes les possibles, donnent des demi-diabolismes. On peut jouer très loin dans ce genre de voie, en utilisant des sauts de « super-cavalier », c'est-à-dire en ne limitant plus le possible mouvement à (une, deux) cases. Si vous voulez vous exercer à ce genre de jeu, ne vous en remettez pas au dieu-Hasard ! Vous perdriez votre temps, plus que probablement ! Commencez par vérifier, à l'aide des relations données ici, que vos deux « super-sauts » assurent bien magie, d'abord, diabolisme, ensuite (si vous souhaitez que votre carré possède cette dernière propriété).

3. Nombre de carrés diaboliques impairs

Il n'est pas toujours facile de faire les dénombrements de carrés magiques tous différents appartenant à une tribu de dimension N . Je crois que cela n'a été fait que pour les dimensions Trois (1 seul carré), Quatre (880 carrés) et enfin Cinq (275 305 224 carrés). Pour montrer la vertigineuse croissance de ce nombre quand croît N , voici le calcul dans le cas très simple des carrés diaboliques de dimension impaire première (comme 5, 7, 11, 13, etc.).

Supposons que le nombre (A, a) occupe la première case, en haut et à gauche dans le damier de dimension N . Soit un cheminement régulier pour placer les nombres. A doit se retrouver quelque part dans la seconde colonne. Pour que le carré soit magique, il faut que A ne se trouve ni en première, ni en seconde ligne (car la diagonale ne serait pas

magique). Et pour que le carré soit diabolique, il ne faut pas que A se trouve en dernière ligne. Il reste donc $(N - 3)$ possibilités pour placer A . Le même raisonnement s'applique à la minuscule a , sauf qu'il faut éliminer un emplacement de plus, car a ne doit pas se trouver en seconde colonne dans la même case que celle déjà occupée par A , d'où $(N - 4)$ possibilités de placement de a . Cela détermine les nombres de jeux de valeurs que peuvent prendre les quatre nombres C, c, L, l qui caractérisent les possibles cheminements.

On constate que tous les carrés obtenus ne seront pas différents : si l'on permute les deux majuscules et les deux minuscules, le résultat sera le même. Il n'y a donc que $(N - 3) \times (N - 4)/2$ structures littérales abstraites pour générer tous les carrés magiques diaboliques de dimension impaire. Par exemple, si N vaut 5, le produit précédent vaut seulement 1 : la structure donnée dans l'Introduction est unique ; à elle seule, elle se montre capable de générer tous les carrés diaboliques de dimension Cinq. Si la dimension du damier à remplir est de 7, il existe cette fois 6 structures abstraites de base, et ainsi de suite.

Reste à calculer le nombre de carrés de nombres générés. Le nombre de façons différentes de transcrire en nombres la suite de lettres A, B, C , etc., est ce qu'on appelle le nombre de permutations de N objets. On retrouve les méditations de Ramon Lull sur les beautés abstraites de l'Art Combinatoire. Ce nombre est la « factorielle » de N , notée en général $N!$! Le point d'exclamation est là pour indiquer le vertige qui vous prend devant la croissance de cette fonction égale au produit de tous les nombres entiers successifs, depuis 1 jusque N :

$$N! = 1 \times 2 \times 3 \times \text{etc.} \times (N-1) \times N$$

Comme les possibles arrangements des majuscules et des minuscules sont totalement indépendants l'un de l'autre, c'est le produit de la factorielle par elle-même qui est à considérer. Mais il ne faut pas compter comme carrés magiques différents ceux qui se déduisent l'un de l'autre par une rotation de un quart de tour, de un demi-tour, ou de trois quarts de tour. Compte tenu de cette division par un facteur 4, le nombre de carrés magiques diaboliques réellement différents de dimension N , obtenus par un procédé de cheminement cyclique régulier est finalement de :

$$\frac{(N-3) \times (N-4) \times (N!)^2}{8}$$

La présence de la factorielle multipliée par elle-même fait que ce nombre croît d'une façon inimaginable quand N croît. J'ai déjà donné plus haut quelques valeurs numériques ; je ne crois pas inutile de les

répéter. Chacune des six structures abstraites littérales de dimension Sept ne donne pas moins de 6 350 400 carrés magiques diaboliques cycliques, soit un grand total de 38 102 400 carrés pour cette famille. Chacune des 28 structures de base, dimension Onze, donne, elle, naissance à 398 337 730 560 000 carrés différents, soit au grand total plus de dix millions de milliards !

Et encore, il ne s'agit là que de la famille, somme toute fort limitée, des carrés obtenus par un cheminement régulier. Avec seulement deux structures obtenues de façon non cyclique, Albert L. Candy sut construire 640 120 320 carrés diaboliques de dimension Sept. Dans tous les cas, les structures abstraites permettent de dénombrer les carrés individuels obtenus, en donnant à chacun un matricule qui lui est propre, cela par généralisation de la technique d'indexation de Frénicle. Mais je ne connais pas d'exemples d'études ayant abouti à l'impression de tous les résultats. Il est vrai qu'il faudrait un tel volume de papier que la chose en devient pratiquement irréalisable, bien qu'elle soit théoriquement possible.

4. Nombre de carrés pairs par la méthode de Strachey

Combien peut-on construire de carrés différents de dimension paire à l'aide de la méthode de Strachey ? Rappelons que cette dernière s'applique aussi bien aux dimensions impairement paires que pairement paire. La plus petite dimension à envisager est Six. Il n'existe qu'un seul sous-damier B, entièrement rempli de 2. Par contre, il existe un certain nombre de sous-damiers A différents. Trois arrangements différents de 0 et de 3 sont possibles : 0, 0, 3 puis 0, 3, 0 et enfin 3, 0, 0. Mais toutes les combinaisons de ces trois arrangements ne sont pas à retenir, puisqu'il faut satisfaire à la contrainte supplémentaire de une seule fois le nombre 3 en diagonale. On dénombre 12 combinaisons satisfaisantes. La méthode fournit donc au total 12 carrés de dimension Six, plus tous ceux qu'on en déduit par des permutations de lignes et de colonnes.

En dimension Huit les choses vont déjà mieux. Il existe, pour construire le sous-damier A, six arrangements différents de 0 et de 3, comme par exemple 0, 3, 0, 3 ou : 3, 0, 0, 3. Si chacune des quatre lignes du sous-damier était indépendante des autres, il y aurait 6^4 soit 1 296 combinaisons satisfaisantes. Comme précédemment, il y a la contrainte d'avoir deux fois le nombre 3 en diagonale, ce qui élimine un certain nombre de possibles. Le dénombrement fournit finalement 486 combi-

naisons valables, les 3/8 des possibles. Mais cette fois le nombre est le même pour le sous-damier B. Les deux sous-damiers étant construits de façon totalement indépendante, il y a donc 486 fois 486, soit 236 196 grands carrés magiques non normaux. La superposition d'un quelconque parmi les 880 carrés de dimension Quatre utilisables montre que la méthode de Strachey permet de construire plus de 200 millions de carrés magiques de dimension Huit, très exactement 207 852 480 !

A l'étape suivante, en dimension Dix, les possibilités combinatoires font crever tous les plafonds. Pour les sous-damiers A, il existe 10 arrangements valables de 0 et de 3, comme par exemple : 0, 0, 0, 3, 3 ou : 0, 3, 3, 0, 0. Si aucune contrainte ne venait réduire les combinaisons d'arrangements, les combinaisons différentes seraient au nombre de 10^5 soit 100 000. Mais, comme toujours, il y a l'exigence de deux nombres 3, et deux seulement, en diagonale. Le dénombrement à la main n'est plus possible, mais un ordinateur, même de faible puissance, exécute la recherche en quelques minutes au plus, dénombant 15 360 combinaisons valables. En dimension impairement paire, le sous-damier B se construit différemment du sous-damier A. Les arrangements valables de 1 et de 2 sont seulement au nombre de 5, comme par exemple : 1, 2, 2, 2, 2 ou : 2, 2, 1, 2, 2. Compte tenu de la contrainte sur la diagonale, sur laquelle on doit trouver quatre fois le nombre 2, on dénombre 1280 combinaisons valables pour ce sous-damier.

L'indépendance de construction des sous-damiers A et B fait qu'on peut construire environ vingt millions de carrés magiques non normaux dimension Dix (très exactement 19 660 800). En se limitant pour la superposition finale aux seuls carrés diaboliques de dimension Cinq (3 600 en tout), la méthode Strachey permet donc de construire quelque 70 milliards de carrés dimension Dix. Si Ton utilisait la tribu entière des carrés de Cinq, on atteindrait le demi-million de milliards !

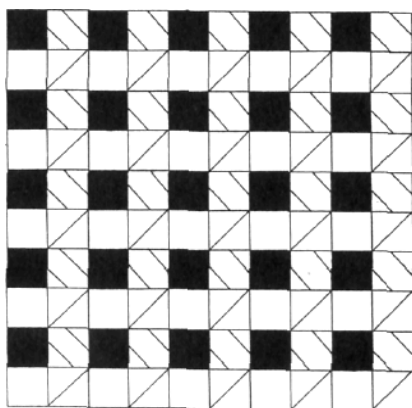
Ce qui compte dans tout ce qui précède n'est pas la valeur en soi de tel ou tel résultat numérique. Personne n'a jamais construit concrètement tous les individus de telles familles plus que nombreuses ! C'est d'abord l'immensité des résultats auxquels on aboutit. C'est surtout l'explosion quand la dimension des damiers augmente un peu. Belle et profonde analogie de la complexité des choses de notre Monde dans lequel rien, absolument rien, n'est totalement identique à ce qui semble, parfois, lui ressembler si fort.

* *
*

5. Impairement pairs et diabolisme

Toute règle générale fait l'objet d'au moins une exception, c'est une règle quasi universelle ! Pour expliquer le pourquoi de l'incompatibilité entre diabolisme et carrés magiques normaux de dimension impairement paire, il faut faire un raisonnement fort simple, mais certains y verront peut-être une amorce vers la démonstration. Qu'ils sautent alors ce qui suit pour aller directement en fin de cette ultime annexe. Ils y trouveront une belle fleur magique.

La dimension N d'un carré impairement pair est un entier divisible une fois, et une fois seulement, par 2. Elle est de la forme $N = 2n$ avec n entier impair. Soit un tableau de dimension $2n$; l'exemple donné ici correspond à une dimension N de 10 (n vaut 5) ; mais le raisonnement fait est général. Considérons séparément les cases situées en lignes impaires et colonnes impaires (en noir sur la figure), les cases en lignes impaires et colonnes paires (2 traits diagonaux de haut vers bas), les cases en lignes paires et colonnes impaires (en blanc sur la figure) et enfin les cases en lignes paires et colonnes paires (1 trait diagonal de bas vers haut). L'ensemble des cases des quatre catégories constitue la totalité des cases du carré magique étudié.



Un carré magique de dimension impairement paire normal ne peut être diabolique.

Un carré magique « normal » de dimension N comprend dans ses cases tous les nombres entiers successifs de 1 jusqu'à $N \times N$. La somme de tous ces nombres est le triangulaire de $N \times N$, soit : $\text{triangle}(N \times N) = 2n^2 \times (4n^2 + 1)$.

La constante de ce carré (valeur de somme en ligne ou colonne) est le n ème du précédent triangulaire. Cette constante C vaut : $C = n \times (4n^2 + 1)$.

Suivant un raisonnement exposé en premier en 1919 par le docteur C. Planck dans *The Monist* (Chicago, U.S.A.), on désigne par V la somme des nombres situés dans les cases noircies, par X la somme des nombres des cases à 2 lignes diagonales, par Y la somme pour les cases blanches, et enfin par Z la somme pour les cases à 1 ligne diagonale. Il est évident que le total de ces quatre sommes partielles est égal au triangulaire de $N \times N$. Maintenant, faisons la somme de tous les nombres situés dans les cases des lignes impaires (ligne 1, ligne 3, etc.). Par suite des valeurs V et X attribuées aux sommes en lignes impaires et, respectivement, en colonnes impaires et paires, cette quantité vaut $V + X$. Puisque le carré considéré est magique, cette somme est aussi égale à n fois la constante C : $V + X = nC$.

Un raisonnement identique applique à la somme de tous les nombres situés dans les cases des lignes paires aboutit à l'égalité analogue : $Y + Z = nC$.

Jusqu'ici, on n'a pas fait jouer le diabolisme et les relations précédentes sont toujours vraies. Si le carré étudié était bien diabolique, on peut écrire des relations analogues pour les sommes des cases situées selon les diagonales brisées. Lorsque ces dernières sont constituées par les cases noires d'une part, et les cases à 1 seule diagonale d'autre part, on aboutit à l'égalité : $V + Z = nC$.

Lorsque ces diagonales brisées sont constituées par les cases blanches et les cases à deux diagonales, on obtient : $Y + X = nC$,

La seule façon de satisfaire à toutes ces relations en même temps :

$$\begin{array}{ll} V + X = nC & V + X = nC \\ Y + X = nC & Y + Z = nC \end{array}$$

est d'avoir simultanément égalité entre toutes les sommes partielles considérées : $V = X = Y = Z$, mais alors, on en déduit que, par exemple :

$$2X = nC = n^2 \times (4n^2 + 1), \text{ ou encore : } X = 2n^4 + n^2/2.$$

Puisque le nombre entier n est impair, la quantité $n^2/2$ n'est pas un nombre entier, alors que X est obligatoirement entier puisque c'est la somme d'un certain nombre d'entiers, ceux qui sont dans les cases à 2 lignes diagonales. L'absurdité à laquelle on vient d'aboutir (un entier égale un nombre fractionnaire non entier) montre que quelque chose cloche dans les hypothèses faites : un carré magique normal de dimension impaire ne peut être diabolique.

Le raisonnement fait va même un peu plus loin dans l'impossibilité. On n'a considéré que les diagonales brisées allant du bas gauche vers le haut droit. Même ce diabolisme partiel est inconcevable (on peut rééditer le raisonnement pour les autres diagonales brisées, celles qui vont de haut gauche vers bas droit).

Ce genre de considérations simples, quoiqu'un peu subtiles, sur le pair, l'impair et le fractionnaire, est assez souvent rencontré dans la théorie des carrés magiques. Comme on le voit, il ne s'agit que d'une arithmétique simple que Pythagore lui-même aurait parfaitement pu pratiquer.

Si on se libère de l'exigence de la normalité, la construction de carrés diaboliques de dimension impairement paire devient possible. Voici un des plus simples ; il fut construit en 1919 par ce même docteur Planck à qui j'ai emprunté le raisonnement précédent. Si vous examinez bien les nombres entiers manquants, vous vous apercevrez d'une régularité. Le chercheur en question est parti du carré naturel de nombres de dimension Sept, et il a effacé la colonne centrale (4, 11, 18, 25, 32, 39 et 46) et la ligne centrale (22, 23, etc., 28). Les nombres restant forment des paires dont la somme est 50. En essayant de tracer le graphisme constitué par les traits liant les deux nombres de chaque paire, on obtient quelque chose de très symétrique, fort beau dans sa simplicité multidagonale.

Ce carré est magique (constante de 150, soit $2 \times 3 \times 5^2$) et diabolique. Mais ce n'est pas tout. Tous les petits carrés de dimension Deux que l'on peut y tracer (comme celui figuré ici en traits semi-pointillés) ont pour somme de leurs quatre nombres 100 ($2^2 \times 5^2$). Tous les carrés plus grands de dimension Trois (comme celui figuré en trait double) ont pour somme de leurs neuf nombres 225 (5^4). Et je vous laisse découvrir bien d'autres choses. Une belle fleur magique, en vérité, sur laquelle on peut refermer le présent livre.

1	47	6	43	5	48
35	17	30	21	31	16
36	12	41	8	40	13
7	45	2	49	3	44
29	19	34	15	33	20
42	10	37	14	38	9

Carré magique diabolique non normal, de dimension Six. Ce carré possède de nombreuses autres propriétés magiques ; il a été construit en 1919 par le docteur C. Planck.

ANNEXE II

Bibliographie

Il n'existe aucun ouvrage récent en langue française sur ce sujet ; les derniers parus sont, depuis longtemps, épuisés comme par exemple :

A. Delesalle : *Carrés magiques* (Gauthier-Villars, Paris, 1956).

E. Fourrey : *Récréations mathématiques* (Vuibert, Paris, 1947) ; les pages 197 à 261 concernaient les carrés et figures magiques.

M. Kraitchik : *Récréations mathématiques* (Bruxelles, 1930) ; le chapitre VI traitant des carrés magiques a été également imprimé à part sous ce titre : *Traité des carrés magiques* (Paris, 1930).

Il existe deux paper-back en anglais qui sont, eux, disponibles (en 1986). Je les ai cités plusieurs fois et ils sont pratiquement indispensables à qui veut pénétrer plus à fond dans la mathématique des carrés :

William H. Benson et Oswald Jacoby : *New Récréations mth Magic Squares* (Dover, New York, 1976). Cet ouvrage de 198 pages contient tous les détails et démonstrations sur les méthodes de cheminement cycliques, avec un certain nombre de structures abstraites utilisables pour tracer des carrés. On y trouve également les détails concernant la bimagic, la trimagic et les carrés à enceintes. Enfin, un appendice présente la totalité des 880 carrés de dimension Quatre.

W.S. Andrew : *Magic Squares and Cubes* (Dover, New York, 1960), Initialement publié en 1917, la réédition Dover est enrichie de nombreuses contributions d'autres auteurs. N'ayant pas le caractère didactique du précédent ouvrage, ce volume reste une mine de renseignements pratiques pour la construction de toutes sortes de figures magiques en plus des classiques carrés.

Il n'existe pas de périodique exclusivement consacré aux carrés magiques, mais on trouvera des articles sur le sujet dans le *Journal of*

Recreational Mathematics. Des collections de cette revue se trouvent à la bibliothèque de l'Institut Henri-Poincaré (Paris) ainsi qu'à la bibliothèque de la section mathématiques/recherche de l'Université de Paris-Jussieu (et sans doute dans d'autres bibliothèques universitaires en province).

Qui s'intéresserait aux études anciennes sur le sujet trouvera une très complète bibliographie d'environ 400 noms avec, pour la plupart, plusieurs références d'articles ou de livres, établie par le général Cazalas en appendice à son ouvrage (de haut niveau mathématique) : *Carrés magiques au degré N* (Hermann, Paris, 1934).

L'A.P.M.E.P. (Association des professeurs de mathématiques de renseignement public) a publié deux brochures (de bon niveau d'abstraction, on s'en doute) sur le sujet :

B. Belouze, M. Glaymann, P.-J. Haug et J.-C. Herz : *Les Carrés magiques* (Paris, n° 10, janvier 1975 ; 47 pages) ; l'aspect gréco-latin est bien développé.

J.-M. Groizard : *Algèbre des carrés magiques* (Paris, n° 55, 1984). L'auteur propose une méthode originale de classement des carrés magiques, en les analysant comme étant constitués d'un certain nombre de carrés de base très simples.

Ces deux brochures sont toujours disponibles (en 1986) au siège de l'A.P.M.E.P., rue du Jura à Paris.

L'ouvrage fort récent (octobre 1985) de Pierre Carnac : *La Symbolique des échecs* (Éditions Henry Veyrier) contient de nombreuses considérations sur le parcours d'un damier en « cavalier d'échecs » et sur la liaison entre le damier d'échecs et le carré magique traditionnel dimension Huit.

En ce qui concerne le carré SATOR, outre l'ouvrage essentiel (et, hélas ! quasi introuvable) de Alex Bloch, on consultera avec profit le copieux appendice donné par le père Jean Carmignac à son livre : *Recherches sur le Notre Père* (Letouzey, Paris, 1969).

Dans l'ouvrage assez récent de Walter O. Moeller : *The Mithraic Origin and Meaning of the ROTAS-SATOR Square* (E.J. Brill, Leyde, Hollande, 1973), on trouve une abondante bibliographie de plus de 150 noms, qui me dispense d'en donner une ici.

ANNEXE III

Lexique

Bimagie : se dit lorsque la magie arithmétique existe à la fois pour les nombres de la figure magique, et pour ces nombres élevés au carré en les multipliant par eux-mêmes. La dimension Huit est la plus petite possible pour construire un carré bimagique normal.

Carré magique : damier carré dans les cases duquel sont disposés des nombres entiers de façon telle qu'ils satisfont aux exigences de la magie arithmétique (exceptionnellement géométrique).

Cavalier d'échec : mode particulier de cheminement cyclique dans lequel le déplacement d'une case à la suivante a lieu de façon identique à un déplacement de cavalier aux échecs. Certains ont généralisé en introduisant des sauts de « super-cavalier ».

Caractère : graphisme publié par Agrippa, caractéristique des Intelligences et Daimons de ses *Tables Planétaires*. Le général Cazalas les a interprétés comme un résumé de la façon de construire les carrés magiques traditionnels.

Cheminement cyclique : mode de construction des carrés magiques (spécialement ceux de dimension impaire) dans lequel les nombres entiers successifs sont placés dans les cases du carré par un procédé de cheminement déterminé de case à case. Après un nombre de déplacements égal à la dimension du carré à construire, il est nécessaire de faire un mouvement différent, dit saut.

Constante : valeur caractérisant la magie arithmétique, ou géométrique. Pour un carré magique normal de dimension N, cette constante est le n ème du nombre triangulaire de $N \times N$.

Daimon : entité attachée par Agrippa à une table planétaire. Les daimons possèdent des caractères et des nombres qui leur sont propres.

Diabolique : propriété d'un carré magique pour lequel la magie arithmétique a lieu, non seulement pour les diagonales principales, mais également pour toutes les diagonales brisées ; on utilise comme synonymes *panmagique* ou *pandiagonal*.

Diamètres : les anciens auteurs désignaient sous ce vocable les deux diagonales principales d'un damier carré.

Dimension : nombre de cases en ligne ou en colonne d'un damier carré. Dans le présent ouvrage, on a en général noté par la lettre N cette quantité.

Eulérien (carré) : famille particulière de carrés magiques, étudiée en premier par le mathématicien allemand Euler. Les carrés eulériens sont générés à l'aide de ce qu'on appelle aujourd'hui un carré gréco-latin.

Gréco-latin (carré) : structure abstraite constituée par la superposition de deux carrés latins orthogonaux. Un carré gréco-latin s'écrit donc en utilisant deux jeux de symboles, par exemple des lettres latines et des lettres grecques, d'où son nom. Dans le présent ouvrage, on a utilisé des majuscules et des minuscules. Toutes les combinaisons des deux jeux de symboles figurent dans les cases du carré, et chaque combinaison ne figure qu'une seule fois. Il existe des carrés gréco-latins de toutes les dimensions, sauf la dimension Deux et la dimension Six, cette dernière ayant été étudiée par Euler (problème des trente-six officiers).

Impairement pair : nombre entier divisible une fois, et une fois seulement par le nombre 2. Exemples : 6, 10.

Index de Frénicle : numéro matricule servant à identifier individuellement les carrés d'une certaine dimension, ou d'une certaine famille au sein de l'ensemble des carrés d'une certaine dimension.

Intelligence : nom donné par Agrippa aux entités capables de révéler au mage l'intelligence symbolique des nombres constituant un carré magique.

Latin (carré) : structure abstraite en damier carré. Elle utilise un jeu de N symboles, par exemple des lettres latines. Chaque ligne et chaque colonne d'un carré latin comportent une fois, et une fois seulement, tous les symboles du jeu utilisé pour remplir le carré latin. **Deux** carrés latins sont dits *orthogonaux*, quand leur superposition donne un carré gréco-latin. Il existe des carrés latins de toutes les dimensions égale et supérieures à Deux.

Magie arithmétique : propriété d'une structure géométrique régulière formée de cases dans lesquelles sont placés des nombres entiers, lorsque les sommes de ces nombres selon des segments de lignes droites

sont toutes les mêmes. La valeur commune de toutes ces sommes est la constante de magie arithmétique. Il existe des carrés arithmétiquement magiques, mais aussi des triangles, des rectangles, des étoiles, etc.

Plus généralement, il y a magie arithmétique si les nombres constituant une forme définie (par exemple un carré de n fois n cases, ou une ligne circulaire, ou un polygone fermé, etc.) ont une somme constante. Il existe ainsi des pentagones, des hexagones, des sphères, des cercles, etc., magiques.

Magie géométrique : propriété analogue à la précédente, sauf que la constante a lieu pour des produits de nombres et non plus pour des sommes.

Non normal (carré magique) : les nombres entiers utilisés ne se suivent pas dans l'ordre naturel 1, 2, 3, etc., $(N-1) \times N$, $N \times N$.

Normal (carré magique) : les nombres entiers utilisés se suivent dans l'ordre naturel de 1 à $N \times N$. La constante d'un tel carré se définit à l'aide du nombre pythagoricien triangulaire du carré de la dimension N .

Normalisé (carré latin) : carré latin pour lequel la première ligne et la première colonne comportent le jeu de symboles dans l'ordre naturel, par exemple : A, B, C, etc.

Pairement pair : nombre entier divisible au moins une fois par le nombre 4. Exemples : 8, 12, 16, etc.

Pandiagonal : voir *diabolique*.

Panmagique : voir *diabolique*.

Régulier (carré latin) : carré latin pour lequel les lignes successives se déduisent l'une de l'autre par un processus qui est le même de ligne à ligne.

Régulier (carré magique) : deux nombres symétriques par rapport au centre du damier ont pour somme deux fois la valeur inscrite dans la case centrale, ou alors la valeur de la somme du premier et du dernier nombre figurant dans les cases du damier.

Semi-diabolique : se dit d'un carré magique pour lequel la moitié seulement des diagonales brisées est magique (soit celles allant du haut gauche vers le bas droit, soit celles allant du bas gauche vers le haut droit). Certains auteurs donnent également le qualificatif de *semi-diabolique* aux carrés réguliers (voir ce mot).

Semi-magique (carré) : la magie arithmétique a lieu en lignes et en colonnes, mais non en diagonales principales.

Table planétaire : nom utilisé par Agrippa, et d'autres auteurs, pour désigner ce qu'on appelle aujourd'hui un carré magique. Ce dernier vocable ne fut introduit qu'en 1691 par Simon de La Loubère.

Triangulaire (nombre) : nombre figuré pythagoricien construit en forme de triangle à l'aide des entiers successifs, depuis l'unité jusqu'au nombre N. Le triangulaire de N est ainsi de la forme : triangle de $N = 1 + 2 + 3 + \dots + (N-1) + N$.

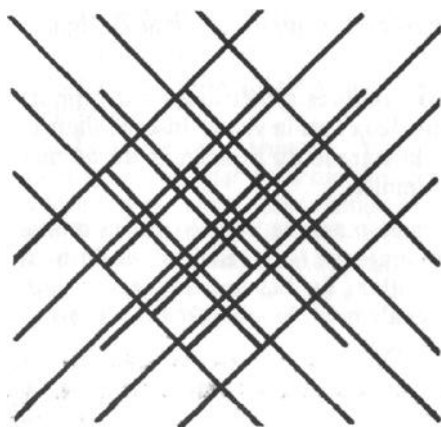
Depuis au moins Nicomaque de Gérase, on sait exprimer ce nombre triangulaire sous forme du demi-produit du nombre N par ce même nombre augmenté d'une unité :

$$\text{triangle de } N = \frac{N \times (N+1)}{2}$$

Les nombres triangulaires servent à calculer la constance des carrés magiques normaux. Si N est la dimension d'un tel carré, sa constante vaut : constante magique carré dimension N = (triangle de N x N)/N.

Certains occultistes appellent le nombre triangulaire une « valeur secrète », ce qui n'a aucun fondement traditionnel.

Trimagie : se dit lorsque la magie arithmétique existe à la fois pour les nombres de la figure magique, pour ces nombres élevés au carré en les multipliant par eux-mêmes, et pour ces nombres élevés au cube en multipliant les carrés par les nombres eux-mêmes. La dimension 32 est la plus petite possible pour construire un carré trimagique normal.



Structure du carré diabolique impairement pair.

Ablanathanalba, 50.

Analogique (méthode) : voir *Modèle analogique*.

AQUINCUM, 186.

Auto-orthogonal (carré latin), 67, 198.

Bimagie, 11, 44, 107, 124, 209.

Carré magique, 9, 209.

Cavalier d'échecs, 17, 30, 82, 208, 209.

Cercles magiques, 158.

Caractère, 15, 127, 209.

Châssis, 140.

Cheminement, 14, 103, 108, 117, 199, 209.

CIRCENSTER, 189.

Combinaison, 19, 70.

Complexité, 19, 98, 107, 203.

Consonnes, 54.

Constante magique, 10, 209.

Cosmos, 19.

Crénelé (damier), 32, 78.

Croix magique, 140, 145.

Cube magique, 160.

Cycle, 96, 103.

Daimon, 127, 209.

Dentelé (carré), 144.

Dentelle (carré en), 143.

Deux cent trente et un, 70. Diabolique irrégulier (carré), 107. Diabolisme, 19, 30, 82, 105, 200, 210.

Diamètres (d'un carré), 16, 210.

Dimension (d'un carré magique), 12, 100, 210.

DOURAS-EUROPOS, 20, 189.

Index des mots et des lieux

Éléments (quatre), 40, 118.

Éléments (cinq), 40, 119.

Enceintes (carré à), 43, 137.

Étoile magique, 152.

Eulérien (carré), 62, 210.

Factorielle, 72, 201.

Géométrique (magie), 75, 169, 211.

Grand Art, 68.

Gréco-latin (carré), 43, 64, 102, 195, 210.

GWALIOR, 36.

HARRAN, 35.

Heptaminos, 150, 157.

Hexagones magiques, 156, 170.

Hexagramme magique, 124, 153.

Impair, 12, 30, 165.

Impairement pair, 12, 204, 210.

Index de Frénicle, 111.

Intaille magique, 50.

Jaïna (carré), 38.

Jupiter (carré de), 26, 28, 128.

Kabbale, 15, 57.

Latin (carré), 102, 195, 210.

Ligne d'univers, 105, 148.

Losange magique, 146. Loto, 158.

Lune (carré de la), 26.

Mandala, 131.

Mars (carré de), 26, 122.

Mercure (carré de), 26, 129, 136.

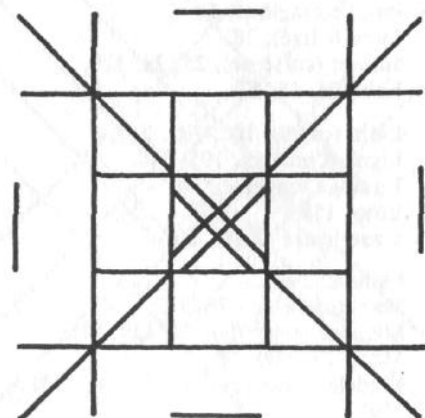
Mères (lettres), 58.

Modèle analogique, 14, 98, 107, 131.

Multimagie, 121.

Multiplication magique, 112.
 Musique des sphères, 52.
 Mutation, 87.
 Normal (carré magique), 19, 211.
 Normalisé (carré latin), 196, 211.
 Octaèdre magique, 98, 162.
 Octogones magiques, 156.
 Orthogonaux (carrés latins), 65, 102.
 Pairement pair, 12, 30, 86, 139.
 Palindrome, 49, 171.
 Pentagone magique, 155.
 Pentagramme magique, 124, 152.
 Permutation, 27, 70, 95. Pi, 167.
 Polyèdre magique, 159.
 Polygone magique, 154.
 POMPÉI, 20, 47, 178.
 Premiers (nombres), 163.
 Quadrature magique, 161.
 Quatre-vingt-dix-neuf, 119.
 Rectangle magique, 147.
 Rhomboèdre, 22.
 Rhomboèdre magique, 161.
 Satanique (carré), 108.
 SATOR (carré), 20, 47, 171.

Saturne, père des dieux, 181.
 Saturne (carré de), 26, 128, 132.
 Sceau planétaire, 74.
 Semi-diabolisme, 84, 211.
 Semi-magie, 84, 211.
 Six cent soixante-six, 125, 192.
 Soleil (carré du), 26, 28, 29, 125, 130, 135.
 Sphère magique, 159.
 Structure (de carré magique), 115, 126, 134, 214, 216.
 Table planétaire, 15, 25, 212.
 Talisman (carré de Trois), 33, 37.
 Tarot, 44, 57.
 Terre (carré de la), 45.
 Tore, 104, 148.
 Triangle magique, 148.
 Triangle (nombre figuré), 10, 86, 127, 212.
 Trimagie, 107, 121, 212.
 Vénus (carré de), 15, 26.
 Voie, 14, 85.
 Voyelles, 52.
 Yin-Yang, 41.



Structure du carré du Soleil.

Index des noms et des œuvres

ADAMS Cl.W., 169.
 AGRIPPA C., 15, 24, 42, 127.
 AL-BUNI, 33.
 AMBELAIN R., 45.
 ANDREWS W.S., 88, 134, 160, 161, 194 207.
 APOLLON, 126.
 Archidoxes magiques, 27.
 Arithmologia, 74.
 BACHET Cl.G., 17, 77, 133.
 BENSON H., 89, 107, 138, 207.
 BLOCH A., 122, 180.
 BOUGUENEC A., 124, 174.
 BRAGDON Cl., 133.
 Calendarium naturale, 27, 182.
 CANDY A.L., 107.
 CARMIGNAC J. (Père), 179.
 CARNACP., 208. Carré magique
 SATOR, 122. CARTIGNYC., 56,
 184. CARUS P., 135, 194.
 CAZALAS E. (Général), 109,
 127.
 COCCOZ V., 149.
 DJABIR, 33, 118.
 Dogme et rituel de la Haute
 Magie, 44.
 DUDENEY H.E., 134.
 DURERA., 21, 120.
 ÉLIPHAS LÉVI, 44, 57.
 ENEL, 130.
 Ésotérisme des carrés magiques
 (L'), 17.

EULERL., 43, 61, 197.
 FERMAT P. (de), 43, 44.
 FOURIER P. (Saint), 49.
 FRANKLIN B., 89, 139.
 FRÉNICLEB., 43, 111, 142.
 FRIERSON L.S., 134, 145,
 146, 147, 165.
 FROLOW M. (Général), 149,
 196.
 GÉRARDIN A., 163.
 GHAZZALI, 35.
 GORLAEUS A., 50.
 GRANETM., 41.
 GROIZARD J.-M., 132.
 GROSSERF., 177.
 GHYKA M., 46.
 HERTZ J.-C., 67, 198, 208.
 HEDAYAT A., 198.
 JACOBY O., 89, 107, 207.
 JEAN L'APÔTRE, 125.
 Journal of Recreational
 Mathematics, 144, 208.
 KEPLER J., 28.
 KIRCHER A. (Père), 29, 72.
 KRAITCHIK M., 45, 115,
 207.
 LA HIRE P. (de), 43, 100, 106,
 111.
 LANGMANH., 152.
 LÉVI (voir *Éliphas Lévi*).
 LA LOUBÈRE S. (de), 43, 80.
 LEIBNIZ G., 68.
 Livre des balances, 33, 118.
 Livre de la Formation, 58, 69.
 Livre des Noms divins, 33, 34.

LOBECKE., 167.
 Lo-Chou, 40.
 LUCA PACIOLI (Frère), 22.
 LUCAS E., 106.
 LULL R., 68.
 MASSIF M., 17, 42.
 Melencolia Si, 22, 162.
 MELY F. (de), 29.
 MITHRA, 126, 190.
 MOELLER W.O., 126, 191, 208.
 MORTON F., 154.
 MOSCHOPOULOS, 12, 30, 106.
 MUNCEY J.-N., 163.
 Mystères des lettres grecques (Les), 56.
 NESTORIUS, 55.
 NICOMAUQUE DE GERASE, 52.
 Notre Père (Le), 179.
 PAPUS (Dr), 45.
 PARACELSE, 27.
 PASCAL B., 43, 137.
 PAUL L'APÔTRE, 56, 185.
 Philosophie occulte (Trois livres de la), 15, 24.
 POIGNARD (Chanoine), 14, 20.
 PORTIERE., 44, 108.
 Préservatif de l'erreur (Le), 35.
 Problèmes plaisants et délectables, 77.
 Quadratis magicis (De), 61.
 Quarrez magiques (Des), 43, 111.
 Quarrés sublimes (Traité des), 14.
 Récréations mathématiques, 45, 115.
 RITTERBUSCH P.-C., 14.
 SABAS (Saint), 56.
 SALOMONC., 44, 154.
 SARRADEM.-T., 24.
 SAUVEUR J., 100, 140.
 SAYLESH.A., 144, 158, 161.
 SCHROEPEL R., 66.
 SEDE G. (de), 175.
 SEKI KOWA, 157.
 SIDOINE APOLLINAIRE, 49.
 SPAETH M., 183.
 SPINULA F. (Père), 17, 32, 75.
 STIFEL M., 14, 75, 104, 137.
 STRACHEY R., 89, 202.
 Tablettes du chercheur (Les), 44, 108, 115, 139, 148, 157, 169.
 TANNERY P., 30.
 TARRY G., 30.
 Traité méthodique de science occulte, 45.
 TYCHO-BRAHE, 28, 182.
 VEYNEP., 179.
 Vertus presque miraculeuses des nombres (Des), 24.
 VIOLLEB., 44, 100, 138, 141.
 Virga aurea, 28.

Table des matières

Introduction	9
Chap. I : Deux mille ans d'histoire	21
1. Un graveur pythagorien	21
2. Daimons et Intelligences de la Renaissance	24
3. De Moschopoulos à Rhabdas	29
4. En route vers la Chine	33
5. Pascal, Fermât et les autres	42
Chap. II : Mystérieux jeux de lettres	47
1. Deux graffiti à Pompéi	47
2. Sept voyelles gnostiques	50
3. Les mystères des lettres grecques	54
4. Mères, doubles et simples	57
Chap. III : Le grand art combinatoire	61
1. Trente-six officiers rebelles	61
2. Ramon Lull, logicien mystique	67
3. Aleph est avec toutes	69
4. Un jésuite à l'universelle curiosité	72
Chap. IV : Comment construire des carrés magiques	77
1. L'ambassadeur chemine dans l'impair	77
2. Des voies par milliers	82
3. Mutations diagonales pair-pair	85
4. Miroirs en pair-impair	89
5. Cousins par permutation	95
Chap. V : Cent mille milliards de carrés	99
1. Magie plus magie donne magie	99
2. Chemins cycliques universels	103

218	LES CARRÉS MAGIQUES	
	3. Diabolisme et multimagie.....	105
	4. Dénombrements à la Frénicle.....	110
	5. Multiplications magiques.....	112
	Chap. VI : Richesses magiques traditionnelles.....	117
	1. La balance alchimique des éléments.....	117
	2. Le carré de Durer.....	120
	3. A. Bloch et le carré de Cinq.....	122
	4. Six cent soixante-six dans le Soleil.....	125
	5. Un général explique les caractères.....	126
	Chap. VII : Quelques familles aristocratiques.....	131
	1. D'étranges mandats.....	131
	2. Bordures, enceintes, compartiments.....	137
	3. Croix et châssis en mutations.....	140
	4. Carrés en dentelle, carrés dentelés.....	142
	5. Rectangles et triangles magiques.....	147
	Chap. VIII : Étoiles et polygones magiques.....	151
	1. Magie multiple dans les étoiles.....	151
	2. Les polygones de Salomon.....	154
	3. Magie circulaire et sphérique.....	157
	4. Quadratures magiques de la sphère.....	159
	Chap. IX : Curiosités en tout genre.....	163
	1. Jeux en premiers et en impairs.....	163
	2. Avec les décimales de Pi.....	166
	3. Magie géométrique.....	168
	4. Les malheurs d'Adams.....	169
	Chap. X : Le carré SATOR.....	171
	1. Amulettes de tous les âges.....	171
	2. Une prière bien cachée.....	176
	3. Les recherches d'Alex Bloch.....	179
	4. Un testament de saint Paul.....	183
	5. Où Ton retrouve Six cent soixante-six.....	188
	Conclusion.....	194
	ANNEXE I : Pour mieux connaître les carrés magiques.....	195
	1. Carrés latins et gréco-latins.....	195
	2. Cheminements dans les carrés impairs.....	199

TABLE DES MATIÈRES	219
3. Nombre de carrés diaboliques impairs.....	200
4. Nombre de carrés pairs par la méthode de Strachey.....	202
5. Impairement pairs et diabolisme.....	20£
ANNEXE II : Bibliographie.....	207
ANNEXE III : Lexique.....	209
ANNEXE IV : Index des mots.....	213
ANNEXE V : Index des noms.....	215
Table des matières.....	217

La composition et l'impression de
cet ouvrage ont été réalisées
par F Imprimerie CLERC
18200 SAINT-AMAND - Tél. : 48-96-41-50
pour le compte des ÉDITIONS DANGLES
18, rue Lavoisier - 45800 ST-JEAN-DE-BRAYE
Dépôt légal Éditeur n° 1185 - Imprimeur n° 3295
Achévé d'imprimer en Mars 1986